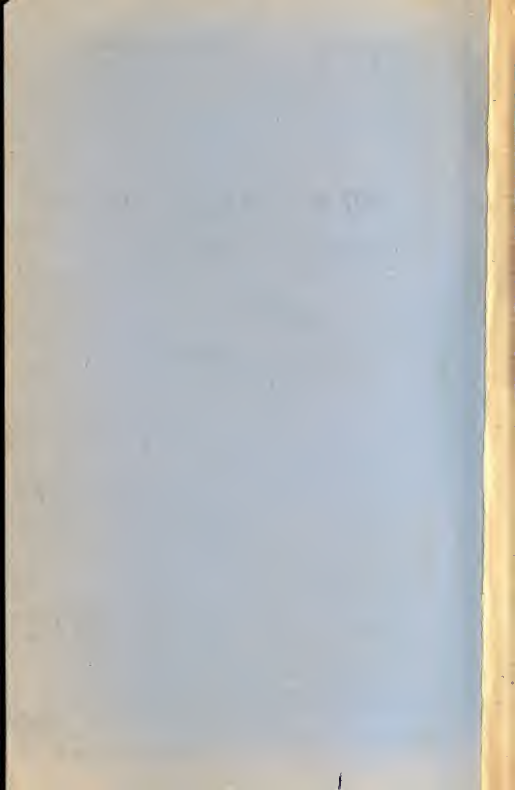
Физика



Г. С. КЕМБРОВСКИЙ, С. И. ГАЛКО, Л. И. ТКАЧЕВ

ФИЗИКА

ПОСОБИЕ ДЛЯ ПОСТУПАЮЩИХ В ВУЗЫ

Издание четвертое переработанное

МИНСК
ИЗДАТЕЛЬСТВО БГУ им. В. И. ЛЕНИНА
1979

53(07)
К35

УДК 53(075.4)

Кембровский Г. С. и др.

К35 Физика: Пособие для поступающих в вузы/Г. С. Кембровский, С. И. Галко, Л. И. Ткачев.— 4-е изд., перераб.— Мн.: Изд-во БГУ, 1979.—304 с.

Пособие включает необходимый для подготовки к экзаменам в вуз материал. Переработано с учетом новой школьной программы по физике.

К $\frac{20401-002}{М317-79}$ 19—79 53(07)

ПРЕДИСЛОВИЕ

Настоящее пособие ставит своей целью помочь абитуриентам подготовиться к сдаче вступительных экзаменов по физике в вузы. При подготовке нужно прежде всего руководствоваться программой вступительных экзаменов для поступающих в высшие учебные заведения СССР. Основное внимание при этом должно быть обращено на следующее:

1) понимание сущности физических явлений и законов;

2) умение истолковывать физический смысл величин, входящих в ту или иную формулу;

3) понимание и четкость определения физических величин и единиц их измерения (знать соотношения между однородными единицами);

4) умение решать задачи применительно к материалу, указанному в программе;

5) умение анализировать результаты решения задач и делать выводы, вытекающие из них.

Основной литературой для подготовки к вступительным экзаменам в вузы являются стабильные учебники и учебные пособия по физике для средней общеобразовательной школы. Дополнительно можно использовать и такие пособия:

1. Элементарный учебник физики. Под ред. Г. С. Ландсберга. Т. 1—3. М., Наука, 1972—1975.
2. *Ю. А. Селезнев.* Основы элементарной физики. М., Наука, 1974.
3. *Б. М. Яворский, Ю. А. Селезнев.* Справочное руководство по физике для поступающих в вузы и самообразования. М., Наука, 1975.
4. *И. П. Гурский.* Элементарная физика. М., Наука, 1973.
5. *Л. Б. Милковская.* Повторим физику. М., Высшая школа, 1972.
6. *В. А. Балаш.* Задачи по физике и методы их решения. М., Просвещение, 1970.
7. *Г. А. Бендриков, Б. Б. Буховцев, В. В. Керженцев, Г. Я. Мякишев.* Задачи по физике для поступающих в вузы. М., Наука, 1976.
8. *Б. Б. Буховцев, В. Д. Кривченков, Г. Я. Мякишев, И. М. Сараева.* Сборник задач по элементарной физике. М., Наука, 1974.
9. *В. Г. Зубов, В. П. Шальнов.* Задачи по физике. Пособие для самообразования. М., Наука, 1967.
10. *Н. И. Гольдфарб.* Сборник вопросов и задач по физике. М., Высшая школа, 1975.

11. *Л. В. Тарасов, А. Н. Тарасова.* Вопросы и задачи по физике. М., Высшая школа, 1968.
12. *М. П. Шаскольская, И. А. Эльцин.* Сборник избранных задач по физике. М., Наука, 1967.
13. *Л. П. Баканина* и др. Сборник задач по физике. М., Наука, 1970.
14. *С. П. Мясников, Т. Н. Осанова.* Пособие по физике для поступающих в вузы. М., Высшая школа, 1976.
15. *М. Е. Тульчинский.* Сборник качественных задач по физике. М., Просвещение, 1967.
16. *В. М. Варикаш, М. С. Цедрик.* Избранные задачи по физике с решениями. Минск, Вышэйшая школа, 1968.
17. *М. С. Цедрик, Ф. Г. Китунович, А. С. Микулич, А. М. Качинский.* Пособие по физике для поступающих в вузы. Минск, Вышэйшая школа, 1978.
18. *Н. Е. Савченко.* Ошибки на вступительных экзаменах по физике. Минск, Вышэйшая школа, 1975.
19. *Н. Е. Савченко.* Решение задач по физике. Минск, Вышэйшая школа, 1977.
20. «Квант». Научно-популярный физико-математический журнал АН и АПН СССР.

Можно использовать и другие пособия по физике.

Не следует думать, что все указанные пособия являются обязательными. В зависимости от уровня подготовки читателя и профиля вуза целесообразно начинать решать задачи более простые, постепенно переходя к пособиям с задачами повышенной трудности.

Решение задач, как показывает опыт приема вступительных экзаменов, для абитуриентов представляет значительную трудность. Поэтому в настоящем пособии этому вопросу уделено большое внимание.

Таблица контрольных работ и соответствующих им тем

Номер контрольной работы	Темы
1	Кинематика и динамика прямолинейного движения. Статика.
2	Работа, мощность, энергия. Криволинейное движение.
3	Колебания и волны. Гидро- и аэростатика. Молекулярная физика и теплота.
4	Электростатика. Постоянный электрический ток (до работы и мощности).
5	Постоянный электрический ток (продолжение). Магнитное поле и электромагнитная индукция. Переменный ток. Электромагнитные колебания и волны.
6	Оптика и атомная физика.

Пособие состоит из шести частей (работ), разделенных на главы. К каждой теме в главах даны основные понятия и законы, которые надо рассматривать только как узловые вопросы изучаемого теоретического материала. Сложные вопросы, вызывающие у абитуриентов затруднения, изложены более полно. Здесь же рассматриваются наиболее часто встречающиеся ошибки. В конце

тем для самопроверки предлагаются контрольные вопросы. Затем приводятся примеры решения задач и анализ полученных ответов.

Задачи для самостоятельного решения разбиты на шесть контрольных работ (для использования в системе заочных подготовительных курсов) в соответствии с шестью частями теоретического материала. Каждая контрольная работа представлена в шести вариантах (А, Б, В, Г, Д, Е). От варианта к варианту степень трудности задач увеличивается.

При поступлении на специальности: физическая культура и спорт, физическое воспитание можно рекомендовать вариант А; черчение и рисование, архитектура — вариант Б; биологические, сельского хозяйства, здравоохранения, ветеринарная санитария — вариант В; химические, химической технологии, металлургические, технологические, лесного хозяйства — вариант Г; технические и инженерно-экономические, механико-математические, геологические — вариант Д; физика, радиофизика и электроника — вариант Е.

Следует помнить, что приступать к решению задач контрольных работ надо только после усвоения теоретического материала по соответствующей теме; ответа на контрольные вопросы; детального изучения решения задач, приведенных как в данном пособии, так и в рекомендованных задачниках; самостоятельного решения нескольких задач по изучаемой теме.

Перед задачами даны общие указания, которыми следует руководствоваться при решении.

Ответы на задачи и справочный материал, необходимый для их решения, приведены в конце пособия.

Труд между авторами распределился следующим образом: Г. С. Кембровским написаны первые три работы («Механика», «Молекулярная физика и теплота») и приложения, С. И. Галко — четвертая и пятая работы («Электричество и магнетизм»), Л. И. Ткачевым — шестая работа («Оптика и атомная физика»).

При подготовке четвертого издания исправлены обнаруженные в предыдущих изданиях погрешности, уточнены некоторые вопросы теории, формулировки условий отдельных задач и вопросов для самоконтроля, приведены в соответствие с ГОСТом определения, обозначения и названия единиц измерения физических величин.

ПЕРВАЯ РАБОТА

Кинематика и динамика прямолинейного движения. Статика

Глава I

КИНЕМАТИКА ПРЯМОЛИНЕЙНОГО ДВИЖЕНИЯ

Программа

Материальная точка. Система отсчета. Траектория. Путь и перемещение. Равномерное прямолинейное движение. Скорость. Единицы скорости. Графическое представление движения (график зависимости координаты тела от времени и график скорости). Относительность движения. Сложение скоростей. Равноускоренное движение. Средняя и мгновенная скорости. Ускорение. Единица ускорения. График скорости равноускоренного движения с начальной скоростью. Свободное падение тел. Ускорение свободно падающего тела.

ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ И ЗАКОНЫ

§ 1. ПРЯМОЛИНЕЙНОЕ РАВНОМЕРНОЕ ДВИЖЕНИЕ

Механика — это наука, изучающая движение тел, состоящее в перемещении их относительно друг друга. Основные разделы механики — кинематика, динамика и статика.

Кинематика — это часть механики, в которой изучается движение тел без учета действующих на них сил.

Изменение положения тела (тел или частей одного тела) относительно другого тела (тел или частей тела) называется механическим движением. Из этого определения следует, что всякое механическое движение — относительное. Тело, относительно которого рассматривается движение, называется телом отсчета. Оно условно считается неподвижным. Так как все тела находятся в движении, то всякий покой тоже является относительным. По отношению к одним телам рассматриваемое тело может покоиться, а по отношению к другим — двигаться. Движение данного тела по отношению к различным телам отсчета может быть различным. Поэтому при рассмотрении любого механического движения (покоя) нужно указывать тело отсчета. Часто в качестве тела отсчета принимают Землю или любое тело, неподвижное относительно Земли. В таких случаях оговорки относительно тела отсчета обычно не делают.

Простейшим видом механического движения является поступательное движение, при котором прямая линия, соединяющая любые две точки тела, остаётся параллельной самой себе. При поступательном движении тела достаточно изучить движение какой-нибудь одной его точки.

Движение каждой точки тела характеризуется траекторией, длиной пути, перемещением, скоростью и ускорением.

Траекторией называется линия в пространстве, описываемая точкой при ее движении.

Длина отрезка траектории, пройденного точкой в течение рассматриваемого промежутка времени, называется длиной пути (или коротко — путь), путь — величина скалярная.

Перемещение — это вектор, соединяющий начальное положение движущейся точки и ее положение в данный момент времени и направленный в сторону конечного (для рассматриваемого промежутка времени) положения.

В зависимости от формы траектории движения разделяются на прямолинейные и криволинейные.

Независимо от формы траектории движения могут быть равномерными и неравномерными (переменными).

Уравнение равномерного ($v=\text{const}$ или $a=0$) движения:

$$v=\frac{s}{t}\text{ — скорость;}\quad s=vt\text{ — путь.}$$

Уравнение неравномерного ($v\neq\text{const}$ или $a\neq 0$) движения:

$$v_{\text{ср}}=\frac{s}{t}\text{ — скорость;}\quad s=v_{\text{ср}}t\text{ — путь.}$$

§ 2. ПРЯМОЛИНЕЙНОЕ РАВНОПЕРЕМЕННОЕ ДВИЖЕНИЕ

Простейшим видом неравномерного движения является прямолинейное движение с постоянным ускорением, т. е. прямолинейное равнопеременное движение.

Уравнения равнопеременного ($a=\text{const}$) движения:

$$a=\frac{v_t-v_0}{t}\text{ — ускорение;}$$

$$v_t=v_0+at\text{ — мгновенная скорость;}$$

$$v_{\text{ср}}=\frac{s}{t}=\frac{v_t+v_0}{2}\text{ — средняя скорость;}$$

$$s=v_{\text{ср}}t=\frac{v_t+v_0}{2}t=v_0t+\frac{at^2}{2}\text{ — величина перемещения;}$$

$$v_t^2-v_0^2=2as.$$

При равноускоренном ($v_t > v_0$) движении в этих уравнениях нужно считать $a > 0$, при равнозамедленном ($v_t < v_0$) $a < 0$, при движении без начальной скорости $v_0 = 0$.

Движение тел под действием силы тяжести (при перемещении h по вертикали, отсчитанном от поверхности Земли, малом по сравнению с расстоянием тела от центра Земли) без учета сопротивления среды можно считать равнопеременным, так как сила тяжести сообщает всем телам (независимо от их масс), находящимся на одинаковом расстоянии от центра Земли, одинаковое ускорение g (ускорение свободного падения). При $h \ll R_з$ с достаточной степенью точности можно принять $g = 9{,}8$ м/с². Уравнения этого движения обычно записывают в общепринятых обозначениях, заменяя в уравнениях равнопеременного движения a на g и s на h.

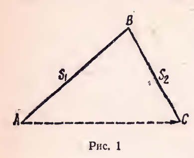


Рис. 1

При решении задач на неравномерное движение часто допускают ошибку при нахождении средней скорости неравномерного движения на каком-то участке пути или за какой-то промежуток времени, считая, что она равна среднему арифметическому наибольшего и наименьшего значений скоростей этого неравномерного движения. Такое равенство справедливо только для некоторых частных случаев движения, например для равнопеременного. В общем случае среднее арифметическое наибольшего и наименьшего значений скоростей и средняя скорость произвольного неравномерного движения не совпадают. Среднюю скорость любого неравномерного движения следует находить, пользуясь определением этой физической величины.

Средняя скорость неравномерного движения равна скорости такого равномерного движения, при котором тело проходит тот же путь и за такой же промежуток времени, как и при данном неравномерном движении:

$$v_{ср} = \frac{s}{t}.$$

Отождествление пути и численного значения перемещения — вторая довольно распространенная ошибка. В общем случае эти величины могут не совпадать, например в случае непрямолинейного движения (рис. 1), где длина пути равна $AB + BC$, а величина перемещения — AC. При возвращении тела в исходную точку перемещение обращается в нуль, а путь будет равен длине соответствующей замкнутой линии. Подобный случай наблюдается при рассмотрении движения тела, брошенного вертикально вверх. В момент возвращения тела в начальную точку переме-

щение равно нулю, а путь — удвоенной высоте максимального подъема. При этом в формуле $h=v_0t-\frac{gt^2}{2}$ величина h означает не пройденный путь, а численное значение перемещения движущегося по вертикали тела, т. е. его удаление от начала отсчета (не обязательно от начала движения). Эта формула отражает сложение перемещений $\left(h_1=v_0t \text{ и } -h_2=\frac{gt^2}{2}\right)$ двух одновременных движений: равномерного и прямолинейного со скоростью v_0, направленного вертикально вверх, и равноускоренного без начальной скорости с ускорением g, направленного вертикально вниз. Если тело брошено вертикально вниз, перемещение $h_1<0$.

Если перемещение в начале отсчета движения было h_0, рассматриваемая формула представится в виде

$$h=h_0+v_0t-\frac{gt^2}{2}.$$

Перемещение h_0 может быть как положительным, так и отрицательным в зависимости от соответствия его направления выбранному положительному направлению отсчета (например, вверх от начала отсчета).

Аналогичный анализ формулы мгновенной скорости $v_t=v_0-gt$ тела, брошенного вертикально вверх, предлагаем читателю провести самостоятельно.

При бросании тела вертикально вверх время подъема этого тела на максимальную высоту равно времени его падения в исходную точку, а конечная скорость падения — начальной скорости бросания.

Вопросы для самоконтроля

1. Что такое материя?
2. Каковы наиболее общие свойства материи?
3. Какие формы движения материи вы знаете?
4. Какая форма движения материи изучается в механике?
5. Что называется механическим движением?
6. Как понимать относительность механического движения? Приведите примеры.
7. Что называется телом (системой) отсчета?
8. Как понимать относительность покоя? Приведите примеры.
9. Почему при характеристике механического движения тела необходимо указывать систему отсчета?
10. Какое движение называется поступательным? Приведите примеры.
11. Что называется материальной точкой?
12. Что называется траекторией? Какие бывают траектории? Приведите примеры.
13. Что такое длина пути (путь)? Что такое перемещение? Чем отличаются эти физические величины друг от друга? Приведите примеры. Приведите примеры движений, при которых путь и величина перемещения совпадают.

14. Как разделяются движения в зависимости от скорости? Приведите примеры.

15. Какое движение называется равномерным? Каковы уравнения этого вида движения?

16. В каких единицах измеряется скорость?

17. Начертите графики пути и скорости равномерного движения ($v=5$ м/с). Определите по графику скорости путь, пройденный телом за 2,5 с, за 4 с. Определите по графику пути скорость тела по истечении 2,5 с после начала отсчета движения.

18. От чего зависит (при заданном масштабе) угол наклона графика пути, пройденного телом при равномерном движении, к оси времени?

19. Какое движение называется результирующим? Как оно находится?

20. Какое различие между скалярными и векторными величинами? Приведите примеры скалярных и векторных величин. По какому правилу складываются и разлагаются векторы? В чем заключается это правило?

21. Какое движение называется переменным? равнопеременным?

22. Что такое средняя скорость неравномерного движения? Как она находится?

23. Дайте определение мгновенной скорости. Как находится эта скорость?

24. Что называется ускорением? В каких единицах измеряется ускорение?

25. Постройте графики скорости равнопеременных движений: а) $v_0=0$, $a=0{,}2$ м/с^2; б) $v_0=2$ м/с, $a=0{,}3$ м/с^2; в) $v_0=6$ м/с, $a=-0{,}6$ м/с^2.

26. Чем определяется (при заданном масштабе) угол наклона графика скорости (при равнопеременном движении) к оси времени?

27. Выведите формулу пути равноускоренного (равнозамедленного) движения графическим способом.

28. Какое движение называется свободным падением?

29. Какое ускорение свободного падения называется нормальным?

30. Как влияет сопротивление воздуха на движение тела при его падении?

31. При каких условиях падение тел в воздухе можно считать свободным падением?

32. Покажите, что при бросании тела вертикально вверх время подъема этого тела на максимальную высоту равно времени его падения в исходную точку, а конечная скорость падения — начальной скорости бросания.

ПРИМЕРЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ

Задача 1

Велосипедист, проехав 4 км со скоростью 12 км/ч, вследствие поломки велосипеда остановился. Через 40 мин, устранив поломку, велосипедист оставшиеся 8 км проехал со скоростью 8 км/ч. Какова средняя скорость велосипедиста на всем участке пути? Начертите график скорости движения велосипедиста.

Условие: $s_1=4$ км;
$v_1=12$ км/ч;
$t_0=40$ мин $=\frac{2}{3}$ ч;
$s_2=8$ км;
$v_2=8$ км/ч.

$v_{ср}$ — ?

Решение. Среднюю скорость движения велосипедиста на всем пути s (рис. 2) определяем по формуле $v_{ср}=\frac{s}{t}$, где t — время, за которое пройден весь путь s. $t=t_1+t_0+t_2$, где t_1 — время

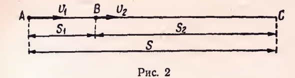


Рис. 2

движения на пути s_1, t_2 — на пути s_2, t_0 — время, затраченное на ремонт.

$$t_1=\frac{s_1}{v_1};\ t_2=\frac{s_2}{v_2};\ s=s_1+s_2.$$

Тогда

$$v_{ср}=\frac{(s_1+s_2)\,v_1v_2}{s_1v_2+v_1v_2t_0+s_2v_1}=$$

$$=\frac{(4\text{ км}+8\text{ км})\ 12\text{ км/ч}\cdot 8\text{ км/ч}}{4\text{ км}\cdot 8\text{ км/ч}+12\text{ км/ч}\cdot 8\text{ км/ч}\cdot\frac{2}{3}\text{ ч}+8\text{ км}\cdot 12\text{ км/ч}}=6\text{ км/ч}.$$

Определив время t_1 и t_2, построим график скорости движения велосипедиста (рис. 3). Средняя скорость движения велосипедиста на всем участке пути s отмечена пунктирной линией.

По этому графику можно проверить правильность решения задачи. Суммарная площадь прямоугольников $OABC$ и $DEFK$ или площадь прямоугольника $OMHK$ в выбранном масштабе определяет пройденный путь s. Следовательно, эти площади должны быть одинаковыми и равными 12 ед. Это, как нетрудно проверить, имеет место.

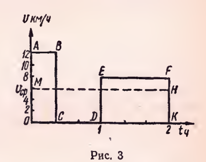


Рис. 3

Задача 2

Корабль, длина которого L, движется в неподвижной воде равномерно и прямолинейно. Катер проходит расстояние от кормы движущегося корабля до его носа и обратно за время t. Определить скорость движения корабля, если скорость катера относительно воды v_0.

Условие: L;
t;
v_0.

v — ?

Решение. Будем рассматривать движение катера относительно корабля. Тогда скорость катера при движении от кормы к носу $v_1=v_0-v$, в обратном направлении $v_2=v_0+v$. В обоих случаях путь, пройденный катером относительно корабля, равен длине корабля L. Время движения катера от кормы к носу $t_1=\frac{L}{v_1}=\frac{L}{v_0-v}$, в обратном направлении $t_2=\frac{L}{v_2}=\frac{L}{v_0+v}$. Время движения катера туда и обратно $t=t_1+t_2=\frac{2Lv_0}{v_0^2-v^2}$. Отсюда находим скорость движения корабля $v=\sqrt{v_0\left(v_0-\frac{2L}{t}\right)}$.

Проверим выполнение правила размерностей (наименований):

$$\left[\sqrt{v_0\left(v_0-\frac{2L}{t}\right)}\right]=\sqrt{\text{м/с}(\text{м/с}-\text{м/с})}=\sqrt{\text{м}^2/\text{с}^2}=\text{м/с}.$$

Правило размерностей выполняется, т. е. результат получается в единицах измерения искомой физической величины (скорости).

Задача 3

Лифт в течение первых 2 с, поднимаясь равноускоренно, достигает скорости 4 м/с, с которой продолжает подъем в течение 4 с. За последующие 3 с равнозамедленного движения лифт останавливается. Определить высоту подъема лифта. Задачу решить графическим методом.

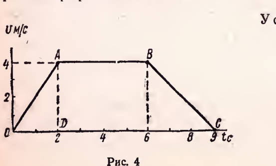


Рис. 4

Условие: $v_0=0$;
$t_1=2$ с;
$v_1=4$ м/с;
$t_2=4$ с;
$v_2=4$ м/с;
$t_3=3$ с;
$v_3=0$.

H — ?

Решение. Построим график скорости движения лифта (рис. 4). Высота подъема лифта численно равна площади фигуры (трапеции) $OABC$:

$$H=\frac{AB+OC}{2}AD,$$

где $AB=t_2$, $OC=t_1+t_2+t_3$, $AD=v_1$.

Следовательно,

$$H=\frac{t_1+2t_2+t_3}{2}v_1=26 \text{ м}.$$

Правило размерностей, как видно, выполняется.

Задача 4

Какова высота телевизионной башни в Останкино, если шарик, падая с башни без начальной скорости, последние 185 м пути пролетел за 2 с? Сопротивление воздуха не учитывать.

Условие: $v_0=0$;
$h=185$ м;
$t_0=2$ с;
$g=9{,}81$ м/с^2.

H — ?

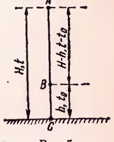


Рис. 5

Решение. Составим уравнения движения шарика на участках AC и AB (рис. 5):

$$H=\frac{gt^2}{2};\ H-h=\frac{g(t-t_0)^2}{2}.$$

Из этой системы уравнений находим высоту башни:

$$H=\frac{h^2}{2gt_0^2}+\frac{gt_0^2}{8}+\frac{h}{2}=533 \text{ м}.$$

Полученное решение требованиям правила размерностей не противоречит.

Задача 5

Аэростат поднимается равноускоренно с поверхности земли вертикально вверх. Через t_0 секунд при достижении аэростатом скорости v из него выпал предмет. Спустя какое время этот предмет упадет на землю? Сопротивление воздуха не учитывать, изменением g с высотой пренебречь.

Условие: $v_0=0$;
t_0;
v.
t — ?

Решение. За начало отсчета времени выберем момент выпадания предмета из аэростата. Перемещение предмета h в любой момент времени t будет определяться уравнением

$$h=h_0+vt-\frac{gt^2}{2},$$

где h_0 — перемещение в момент выпадания предмета из аэростата; $h_0=\frac{at_0^2}{2}=\frac{vt_0}{2}$, так как $v=at_0$.

В момент падения предмета на землю, т. е. при его возвращении в исходную точку, перемещение $h=0$. Следовательно,

$$\frac{vt_0}{2}+vt-\frac{gt^2}{2}=0$$

или

$$t^2-\frac{2v}{g}t-\frac{vt_0}{g}=0,$$

откуда

$$t_{1,2}=\frac{v}{g}\pm\sqrt{\left(\frac{v}{g}\right)^2+\frac{vt_0}{g}}.$$

Значение

$$t_2=\frac{v}{g}-\sqrt{\left(\frac{v}{g}\right)^2+\frac{vt_0}{g}}<0,$$

поэтому данный корень квадратного уравнения не может быть решением задачи. Значит, искомое время

$$t=t_1=\frac{v}{g}+\sqrt{\left(\frac{v}{g}\right)^2+\frac{vt_0}{g}}.$$

Выполнение правила размерностей предлагаем читателю проверить самостоятельно.

Глава II

ИНЕРЦИЯ. СИЛА. СЛОЖЕНИЕ И РАЗЛОЖЕНИЕ СИЛ. СТАТИКА

Программа

Первый закон Ньютона. Сложенне сил. Равнодействующая. Момент снлы. Условня равновесня тела с неподвнжной осью вращення. Снлы трения. Коэффнцнент трения. Снлы упругости. Закон Гука.

ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ И ЗАКОНЫ

§ 3. ПЕРВЫЙ ЗАКОН НЬЮТОНА

Динамика — это часть механики, в которой изучаются связи между различными видами движений и причинами, их вызывающими. В основе динамики лежат три закона, сформулированные Ньютоном и носящие его имя [1].

Первый закон Ньютона устанавливает, при каких условиях тело будет находиться в покое или двигаться равномерно и прямолинейно. Этот закон можно сформулировать следующим образом: если на тело не действуют другие тела, то оно сохраняет состояние покоя или равномерного и прямолинейного движения.

Иными словами — если на тело не действуют другие тела [2], то оно движется с постоянной (и по величине, и по направлению) скоростью, т. е. без ускорения (покой — частный случай движения со скоростью, равной нулю).

Свойство тел сохранять свою скорость при отсутствии действия на него других тел называется инерцией тела (от латинского слова «inertia» — бездеятельность, неподвижность). Поэтому сформулированный выше закон и называется обычно законом инерции. Инерция — одно из самых общих свойств материи. Оно присуще всякому телу в любом состоянии.

§ 4. СИЛА

Для характеристики действия одного тела на другое вводится понятие силы.

Сила — это физическая величина, характеризующая действие одного тела на другое, проявляющееся в возникновении деформаций и сообщении телу ускорения.

---

[1] Закон инерцин (первый закон дииамики) был установлен Галнлеем в начале 17 в. Впоследствии (в конце 17 в.) велнкнй англнйскнй учеиый Исаак Ньютон, формулнруя общие закоиы движения тел, включнл в их чнсло и закон ннерцнн (в качестве первого закоиа). Поэтому закон ннерцни часто иазывают первым законом Ньютона.

[2] Следует помнить, что тело может находиться в покое нли двнгаться равномерно н прямолинейно н при воздействии иа него других тел, если эти воздействия компенсируются (результирующая всех сил, действующих иа данное тело, равиа нулю).

При действии на тело нескольких сил возможны случаи, при которых ускорение не возникает. В то же время всякое тело деформируется при воздействии на него любой сколь угодно малой силы. Поэтому силу можно рассматривать как причину деформаций.

Сила — величина векторная. Она характеризуется точкой приложения, величиной и направлением действия. Как и все другие

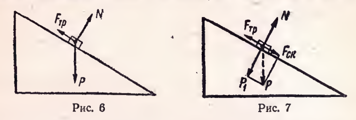


Рис. 6 Рис. 7

векторные величины, силы складываются и разлагаются по правилу параллелограмма. В каждом конкретном случае наряду с точкой приложения, направлением и величиной силы полезно установить, со стороны какого тела (тел или части тела) действует данная сила. Это позволит избежать часто допускаемой ошибки, когда действие одной и той же силы учитывается несколько раз. Например, при рассмотрении сил, действующих на тело, находящееся на наклонной плоскости, ошибочно считают, что одновременно с силой тяжести на тело еще действуют скатывающая сила и сила нормального давления, которые вводятся в рассмотрение как составляющие силы вместо силы тяжести данного тела.

Действительно, на тело, находящееся на наклонной плоскости и предоставленное самому себе, действуют силы (рис. 6): тяжести P (со стороны Земли), трения $F_{тр}$ (со стороны наклонной плоскости) и нормальной реакции опоры N (со стороны наклонной плоскости). Разложив силу тяжести тела P на составляющие (рис. 7): $F_{ск}$, направленную вдоль наклонной плоскости, и P_1, перпендикулярную к ней, заменим действие силы P эквивалентным действием двух ее составляющих $F_{ск}$ и P_1. Теперь рассматриваются четыре (не пять! Сила P из рассмотрения уже исключена) силы: $F_{ск}$, P_1, $F_{тр}$ и N, равноценные по действию трем реально действующим на тело силам P, N и $F_{тр}$.

Различают несколько видов сил: упругости, трения, гравитационные, электрические, магнитные и др.

§ 5. СИЛЫ УПРУГОСТИ. ЗАКОН ГУКА

При воздействии друг на друга соприкасающихся тел их размеры и форма изменяются, т. е. возникают деформации (в некоторых случаях, например при равномерном всестороннем сжатии или растяжении, форма тела может сохраняться). При деформа-

циях твердого тела происходит смещение частиц (атомов, молекул, ионов) из первоначальных положений равновесия в новые положения. Этому препятствуют силы взаимодействия между частицами, вследствие чего в деформированном теле возникают внутренние упругие силы, которые уравновешивают (до разрушения тела) внешние силы, приложенные к телу.

Деформации, которые исчезают после прекращения действия вызывающих их сил, называются упругими. Деформации, остающиеся в теле после прекращения действия сил, называются остаточными, или пластическими. Ко всем видам упругих деформаций (растяжение, сжатие, изгиб, сдвиг, кручение) применим общий закон, установленный английским ученым Гуком. Закон Гука можно сформулировать следующим образом: в пределах упругости величина деформации прямо пропорциональна величине деформирующей силы:

$$F=kx,$$

где F — сила, действующая на данное тело (систему) и вызывающая деформацию; x — величина деформации; k — коэффициент пропорциональности — постоянная для данного тела (системы) величина, численно равная силе, которая вызывает единичную деформацию.

Этот закон можно записать и через упругую силу $F_{уп}=-F$, возникающую в деформированном теле:

$$F_{уп}=-kx.$$

Знак минус означает, что упругая сила всегда имеет направление, противоположное направлению отсчета деформации.

При деформациях растяжения под величиной x понимается абсолютное удлинение $l-l_0$ тела (пружины, проволоки и др.), где l_0 — первоначальная длина недеформированного тела, l — его длина после деформации. Коэффициент k часто называют коэффициентом упругости или жесткости (пружины и т. п.).

Через относительное удлинение $\frac{\Delta l}{l_0}=\frac{l-l_0}{l_0}$ закон Гука выражается в следующем виде:

$$\frac{\Delta l}{l_0}=\frac{1}{E}\cdot\frac{F}{S},$$

где F — сила, действующая на тело и вызывающая его удлинение; S — площадь поперечного сечения тела; E — величина, постоянная для каждого материала, из которого сделано тело, и называемая модулем упругости (модуль Юнга) этого материала.

Величину $\sigma=\frac{F}{S}$ называют напряжением. Тогда записанная формула означает, что относительное удлинение в пределах упругости прямо пропорционально напряжению.

Возникновение сил упругости в твердых телах при их деформации используется в динамометрах для измерения величин сил.

§ 6. СИЛЫ ТРЕНИЯ

Силы трения могут быть нескольких видов: трения скольжения, трения качения, трения покоя. Величина силы трения скольжения в довольно широких пределах не зависит от размеров соприкасающихся поверхностей твердых тел и прямо пропорциональна силе нормального давления движущегося тела на поверхность, по которой происходит скольжение: $F_{тр}=kF_{н.д}$. Величина k называется коэффициентом трения скольжения.

В некоторых случаях сила нормального давления $F_{н.д}$ равна весу тела P. Тогда $F_{тр}=kP$. Однако следует помнить, что такое равенство возможно только в отдельных частных случаях. Применять эту формулу (довольно распространенная ошибка) в случае, когда $F_{н.д}\neq P$, нельзя.

Сила трения может возникать между соприкасающимися поверхностями покоящихся относительно друг друга твердых тел. Это — сила трения покоя. Она препятствует началу движения тела (по поверхности другого тела) при воздействии на него некоторой силы F. Если силу F несколько увеличить, то тело может остаться в покое. Это значит, что вместе с увеличением силы F увеличивается и сила трения покоя, все время оставаясь равной (тело покоится) величине приложенной силы. Увеличение силы трения покоя может происходить только до некоторого определенного, в разных случаях разного, предела. Если величина приложенной силы F превзойдет этот предел, тело придет в движение. Наибольшая сила трения покоя (тело находится на грани скольжения) прямо пропорциональна силе нормального давления:

$$F_{тр.max}=kF_{н.д}.$$

Постоянная величина k называется коэффициентом трения покоя. При изменении направления действующей силы F изменяется направление силы трения покоя.

Сила трения покоя равна по величине и противоположна по направлению той внешней силе, которая стремится вызвать скольжение одного тела по поверхности другого.

Коэффициент трения скольжения меньше коэффициента трения покоя. Это различие обычно не очень велико. Поэтому при решении задач иногда принимают их приблизительно равными друг другу.

§ 7. СТАТИКА

1. Часть механики, в которой изучается равновесие тел под действием сил, приложенных к этим телам, называется статикой. В статике в основном рассматриваются две задачи: определяются силы, под воздействием которых реализуется равновесное состоя-

ние тел, и обратная задача — определяется, равновесным ли будет состояние тел при заданных силах, действующих на это тело. Статика позволяет дать ответ и на некоторые вопросы, касающиеся движения тел, например установить, в каком направлении возникнет движение при нарушении (определенным образом) равно-

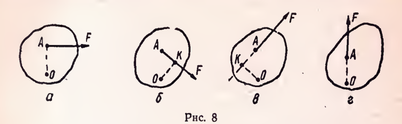


Рис. 8

весия сил. На вопрос о скорости возможного движения статика ответить не может. В средней школе рассматриваются простейшие задачи статики (условия равновесия тела на наклонной плоскости, равновесие тела, имеющего ось вращения, и др.).

2. При определении моментов сил, действующих на тело, имеющее ось вращения, следует не забывать, что плечом силы называется кратчайшее расстояние от оси вращения до линии действия этой силы (рис. 8): а) плечо силы $F - OA$; б) плечо силы $F - OK$; в) плечо силы $F - OK$; г) плечо силы F равно нулю.

3. Центром тяжести тела называется точка приложения равнодействующей всех сил тяжести, действующих на отдельные части тела, т. е. точка приложения силы тяжести этого тела.

Часто считают, что центр тяжести любого тела обязательно должен находиться в этом теле. В ошибочности такого мнения нетрудно убедиться на примере кольца, полого цилиндра, подковы, бутылки и т. д.

Вопросы для самоконтроля

1. Какие вопросы изучаются в динамике?
2. Что утверждает первый закон Ньютона?
3. Что такое инерция тела? Приведите примеры использования инерции тел.
4. Что называется силой? Какие виды сил рассматриваются в механике? Приведите примеры.
5. Приведите примеры взаимодействия тел, находящихся на расстоянии друг от друга; при их непосредственном соприкосновении.
6. Что означает выражение: сила — векторная величина? Приведите примеры других векторных величин, скалярных величин.
7. Какая сила называется равнодействующей? Чему равна равнодействующая: а) сил, направленных по одной прямой в одну сторону; б) сил, направленных по одной прямой в противоположные стороны; в) сил, направленных под углом друг к другу?
8. При каком условии тело под действием сил будет находиться в состоянии покоя или в состоянии равномерного и прямолинейного движения? Приведите примеры.

9. Какая сила называется уравновешивающей силой? Приведите примеры.

10. Что называется деформацией? Приведите примеры.

11. Какие существуют виды деформаций? Приведите примеры.

12. Где и как используются деформации тел? Приведите примеры.

13. Какие деформации называются упругими? пластическими? Приведите примеры.

14. В чем состоит закон Гука? При каких условиях выполняется этот закон?

15. Что называется абсолютным удлинением тела? относительным удлинением?

16. Что называется напряжением? Каково физическое содержание этой величины?

17. Что называется коэффициентом линейного растяжения?

18. Запишите закон Гука для упругих деформаций растяжения через абсолютное удлинение тел, через относительное удлинение тел. Объясните содержание этих формул. Каков физический смысл коэффициента упругости деформируемого тела? модуля упругости материала, из которого сделано тело?

19. Как измеряются силы?

20. Что называется разложением сил на составляющие?

21. Разложите заданную силу на составляющие, если известны: а) направления составляющих, б) величина и направление одной из составляющих, в) величины составляющих, г) величина одной из составляющих и направление другой.

22. Как определяется сила трения скольжения?

23. Что такое коэффициент трения скольжения и от чего он зависит?

24. Что такое трение покоя? Приведите примеры.

25. Как определяется сила трения покоя?

26. Как определяется коэффициент трения покоя?

27. При каких условиях тело, находящееся на наклонной плоскости, будет в равновесии?

28. Что называется плечом силы? Ответ поясните чертежами.

29. Что называется моментом силы?

30. При каком условии тело, имеющее ось вращения, будет находиться в равновесии? Приведите примеры.

31. Как определяется величина и направление равнодействующей параллельных сил, действующих на тело и направленных в одну сторону?

32. Как определяется точка приложения равнодействующей параллельных сил, направленных в одну сторону?

33. Что такое центр тяжести тела? Приведите примеры.

34. Как можно найти положение центра тяжести плоского тела произвольной геометрической формы?

35. Какие виды равновесия возможны для тела, имеющего неподвижную ось вращения? Дайте определение каждому из них. Приведите примеры.

36. При каком условии тело, имеющее площадь опоры, будет находиться в равновесии?

37. Какими способами можно увеличить устойчивость тел? Приведите примеры.

ПРИМЕРЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ

Задача 6

На доску массой $m=0,5$ кг, лежащую на горизонтальной плоскости, действует горизонтально направленная сила $F=4,9$ Н. Какого веса гирю нужно положить на доску, чтобы она оставалась в покое, если коэффициент трения покоя между плоскостью и доской $k=0,2$? Трение между гирей и доской велико.

Условие: $m=0,5$ кг;
$F=4,9$ Н;
$k=0,2$.
P_x — ?

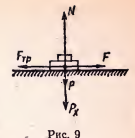


Рис. 9

Решение. Под действием силы F (рис. 9) доска из-под гири выскальзывать не будет, так как трение между ними велико. Поэтому гирю и доску можно рассматривать как единое целое. На это тело действуют: сила тяжести $P+P_x$, сила F, сила трения $F_{тр}$ и сила нормальной реакции опоры N. В направлении нормали к плоскости ускорения нет. Поэтому $P+P_x=N$.

Система, а значит, и доска, будет оставаться в покое при условии, если сила F не будет больше силы трения $F_{тр}$, т. е. $F_{тр}\geqslant F$. Силу трения определим из уравнения

$$F_{тр}=kF_{н.д}=k(P+P_x).$$

Тогда

$$k(P+P_x)\geqslant F.$$

Отсюда

$$P_x\geqslant \frac{F}{k}-P=\frac{F}{K}-mg$$

(видно, что правило наименований выполняется).

Подставив численные значения, получим

$$P_x\geqslant 19,6 \text{ Н}.$$

Задача 7

С какой наименьшей силой нужно толкать перед собой полотер массой 12 кг, чтобы сдвинуть его с места, если эта сила направлена вдоль ручки полотера, составляющей с горизонтом угол $\alpha=30°$, а коэффициент трения покоя между полом и полотером $k=0,4$?

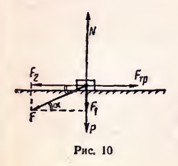


Рис. 10

Условие: $m=12$ кг;
$\alpha=30°$;
$k=0,4$.
F_{min} — ?

Решение. На полотер (рис. 10) действуют: сила тяжести P, внешняя сила F, сила трения $F_{тр}$ и сила нормальной реакции опоры N. Разложим силу F на две составляющие: F_2, на-

правленную вдоль горизонтальной плоскости, и F_1, перпендикулярную к ней.

В вертикальном направлении ускорение полотера равно нулю, следовательно, $F_1+P=N$.

Для того чтобы полотер сдвинуть с места, нужно, чтобы составляющая F_2, по крайней мере, была равна силе трения $F_{тр}$. Силу трения определим из формулы

$$F_{тр}=kF_{н.д}=k(F_1+P).$$

Обратите внимание, что сила нормального давления в данном случае больше веса полотера на величину составляющей F_1 силы F, которая дополнительно прижимает полотер к полу.

Тогда

$$F_2=k(F_1+P).$$

Как видно из рис. 10, $F_1=F\sin\alpha$, $F_2=F\cos\alpha$. Следовательно,

$$F\cos\alpha=k(F\sin\alpha+P),$$

откуда

$$F=\frac{kmg}{\cos\alpha-k\sin\alpha}\approx 71\ \text{Н}.$$

Найденное значение силы F, при которой полотер может быть сдвинут с места, будет минимальным, поскольку в условии движения полотера $F_2\geqslant F_{тр}$ мы взяли предельный случай $F_2=F_{тр}$.

Из решения видно, что с увеличением угла α (при постоянных значениях k и m) сдвинуть полотер с места все труднее и труднее. И, наконец, при некотором значении угла $\alpha=\alpha_0$ уже никаким усилием, сколь велико бы оно ни было, вызвать движение полотера невозможно. Этот угол находится из условия

$$\cos\alpha_0-k\sin\alpha_0=0,$$

откуда

$$\alpha_0=\operatorname{arctg}\frac{1}{k}.$$

Из этого соотношения следует, что чем больше коэффициент трения покоя, тем меньше предельный угол α_0, и наоборот. К этому выводу можно прийти путем простых рассуждений. Действительно, с увеличением угла α увеличивается составляющая F_1, все сильнее прижимающая полотер к полу. Поэтому для приведения его в движение необходимо большее усилие. Но с увеличением действующей силы F наряду с возрастанием горизонтальной составляющей F_2, вызывающей движение, возрастает и нормальная составляющая F_1, а следовательно, и сила трения, препятствующая движению. При тех углах α, при которых превалирует первый фактор, движение возможно. При некотором

значении угла (α_0) оба фактора как бы компенсируют друг друга, и, следовательно, независимо от величины приложенной силы полотер должен оставаться в покое. При $\frac{\pi}{2} > \alpha > \alpha_0$ прижимающий эффект еще значительнее, $F_{тр} > F_2$, и поэтому полотер двигаться не будет.

Задача 8

Деревянный брусок находится на наклонной плоскости с углом наклона к горизонту $\alpha = 45°$. С какой наименьшей силой F, направленной перпендикулярно к наклонной плоскости, нужно прижать брусок, чтобы он оставался в покое? Масса бруска $m = 1$ кг, коэффициент трения покоя между бруском и наклонной плоскостью $k = 0{,}2$.

Условие: $\alpha = 45°$;
$m = 1$ кг;
$k = 0{,}2$.

F — ?

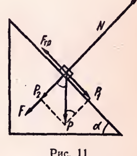


Рис. 11

Решение. На брусок действуют силы: тяжести P, трения $F_{тр}$, нормальной реакции опоры N и F, прижимающая его к наклонной плоскости (рис. 11). Силу тяжести P разложим на две составляющие: P_1, направленную вдоль наклонной плоскости, и P_2, перпендикулярную к ней. Для равновесия бруска на наклонной плоскости необходимо, чтобы сила трения $F_{тр}$ была равна составляющей P_1 силы тяжести, при этом сила $F + P_2$ равна силе нормальной реакции опоры N:

$$P_1 = F_{тр}, \quad F + P_2 = N.$$

Силу трения определим из условия

$$F_{тр} = kF_{н.д} = k(F + P_2).$$

Составляющие P_1 и P_2 силы тяжести выразим через силу P:

$$P_1 = P \sin \alpha, \quad P_2 = P \cos \alpha.$$

Отсюда видно, что, если брусок будет предоставлен самому себе (т. е. $F = 0$), он будет соскальзывать с наклонной плоскости, так как составляющая P_1 силы тяжести, направленная вдоль наклонной плоскости, будет больше силы трения $F'_{тр}$ ($P_1 \approx 6{,}9$ Н, $F'_{тр} = kP_2 \approx 1{,}4$ Н). Значит, чтобы брусок покоился, его необходимо дополнительно прижать с некоторой силой F. Тогда

$$P \sin \alpha = k(F + P \cos \alpha),$$

откуда определим искомую силу F:

$$F=\frac{mg}{k}(\sin\alpha-k\cos\alpha)\approx 27{,}7\ \text{Н}.$$

Полученное решение, как нетрудно убедиться, отвечает требованиям правила размерностей.

Найденная сила будет наименьшей прижимающей силой, при которой брусок на наклонной плоскости будет оставаться в покое, так как в условии равновесия бруска $F_{\text{тр}}\geqslant P_1$ взят предельный случай: $F_{\text{тр}}=P_1$.

Задача 9

Решить предыдущую задачу для случая, если сила F направлена параллельно основанию наклонной плоскости.

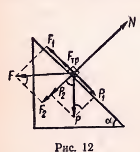


Рис. 12

Условие: $\alpha=45°$; $m=1$ кг; $k=0{,}2$.

F — ?

Решение. Брусок на наклонной плоскости находится под воздействием следующих сил: тяжести P, трения $F_{\text{тр}}$, реакции опоры N и внешней силы F. Силы P и F разложим на составляющие P_1, P_2 и F_1, F_2 соответственно (рис. 12).

Тогда условия равновесия бруска (при наименьшей силе F) можно записать в виде

$$P_2+F_2=N \text{ и } F_1+F_{\text{тр}}=P_1,$$

где $P_1=P\sin\alpha$; $P_2=P\cos\alpha$; $F_1=F\cos\alpha$; $F_2=F\sin\alpha$;

$$F_{\text{тр}}=kF_{\text{н.д}}=k(P_2+F_2)=k(P\cos\alpha+F\sin\alpha).$$

Следовательно,

$$F\cos\alpha+k(P\cos\alpha+F\sin\alpha)=P\sin\alpha,$$

откуда

$$F=\frac{P(\sin\alpha-k\cos\alpha)}{\cos\alpha+k\sin\alpha}=mg\frac{\operatorname{tg}\alpha-k}{1+k\operatorname{tg}\alpha}\approx 6{,}5\ \text{Н}.$$

Задача 10

Нить разрывается при силе натяжения P. К середине такой нити длиной 1 м подвешена гиря весом P, а концы нити привязаны на одинаковой высоте к двум опорам, которые могут раздвигаться. При каком расстоянии между опорами нить разорвется? Нить считать невесомой и нерастяжимой.

Условие: $F=P$;
$l=1$ м;
P.

d — ?

Решение. К середине нити (точка K) приложена сила P (вес гири). Разложим эту силу на две составляющие F_1 и F_2, направленные вдоль нитей AK и BK соответственно. Из рис. 13 видно, что $F_1=F_2$.

Рис. 13

Разрыв нити произойдет при условии

$$F_1=F_2=P.$$

Тогда $KO=\frac{P}{2}$, так как фигура KF_2PF_1 является ромбом. Следовательно,

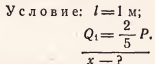
$$\sin\alpha=\frac{KO}{F_2}=\frac{P}{2P}=\frac{1}{2};\ \alpha=30^\circ.$$

Из треугольника ACK следует, что

$$d=l\cos\alpha\approx0{,}87 \text{ м}.$$

Задача 11

Двое рабочих несут груз на доске длиной 1 м, положив ее себе на плечи. На долю одного из них приходится нагрузка, равная $\frac{2}{5}$ веса груза. Определить точку, в которой подвешен груз. Весом доски пренебречь.



Условие: $l=1$ м;
$Q_1=\frac{2}{5}P$.

x — ?

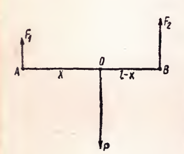


Рис. 14

Решение. Пусть груз подвешен в некоторой точке O. Расстояние от точки подвеса груза до одного рабочего обозначим через x, тогда расстояние от точки O до второго рабочего равно $l-x$.

На доску действуют три силы: со стороны груза — P и со стороны рабочих — F_1 и F_2 (рис. 14).

Поскольку доска относительно рабочих находится в равновесии, то алгебраическая сумма моментов всех сил, действующих на нее, относительно любой оси должна равняться нулю. Выберем

за такую ось — ось, проходящую через точку O. Относительно ее момент силы P равен нулю.

Следовательно, уравнение моментов действующих на доску сил относительно точки O запишется в виде: $F_1x=F_2(l-x)$, где $F_1=Q_1=\frac{2}{5}P$, а $F_2=\frac{3}{5}P$, поскольку $F_1+F_2=P$ (по смыслу уравновешивающей силы). Тогда

$$\frac{2}{5}Px=\frac{3}{5}P(l-x).$$

Из полученного уравнения найдем искомое расстояние x:

$$x=\frac{3}{5}l=0{,}6\ \text{м}.$$

Задача 12

Пять шаров одинакового объема: железный, медный, алюминиевый, цинковый и свинцовый — соответственно укреплены на стержне так, что их центры находятся на расстоянии 0,2 м друг от друга. Найти положение центра тяжести системы. Весом стержня пренебречь.

Условие: $V=\text{const}$;
$l=0{,}2$ м.

x — ?

Рис. 15

Решение. На стержень действуют силы веса всех пяти шаров: P_1, P_2, P_3, P_4 и P_5 (рис. 15). Если в центре тяжести системы приложить вертикально вверх уравновешивающую силу, равную весу всех шаров, то стержень будет находиться в равновесии. Следовательно, алгебраическая сумма моментов всех сил, включая и уравновешивающую силу, относительно любой оси должна равняться нулю. Выберем эту ось так, чтобы в уравнение моментов входило минимальное число неизвестных. Нетрудно заметить, что этому условию удовлетворяет ось, проходящая через точку на конце стержня (например, точка A). Положение центра тяжести системы будем отсчитывать по горизонтали от этой же точки. Тогда расстояние от точки A до линии действия уравновешивающей силы F (до искомого центра тяжести системы) можно найти из уравнения моментов, составленного относительно точки A: $P_2l+P_32l+P_43l+P_54l-Fx=0$ (плечо силы P_1 равно нулю).

Подставляя в это уравнение вместо уравновешивающей силы F ее значение $F=P_1+P_2+P_3+P_4+P_5$ и решая это уравнение относительно x, получаем

$$x=\frac{P_2+2P_3+3P_4+4P_5}{P_1+P_2+P_3+P_4+P_5}\,l.$$

Вес каждого шара определим через его объем и плотность материала, из которого он изготовлен. При этом учтем, что объемы всех шаров одинаковы: $P_1=\rho_1 gV$, $P_2=\rho_2 gV$, $P_3=\rho_3 gV$, $P_4=\rho_4 gV$, $P_5=\rho_5 gV$.

Тогда, учитывая эти соотношения, получаем

$$x=\frac{\rho_2+2\rho_3+3\rho_4+4\rho_5}{\rho_1+\rho_2+\rho_3+\rho_4+\rho_5}\,l\approx 0{,}43\text{ м}.$$

Задача 13

Из плоскопараллельной однородной круговой пластинки радиуса $R=105{,}6$ см вырезан квадрат так, как указано на рис. 16. Определить положение центра тяжести пластинки с таким вырезом.

Условие: $R=105{,}6\text{ см}=1{,}056\text{ м}.$

$OC=x$ — ?

Решение. Расположим пластинку с вырезом так, чтобы ее ось симметрии была горизонтальна (рис. 16).

Представим, что вырезанная часть пластинки вставлена на прежнее место. Тогда силу тяжести всей пластинки (диска) P можно рассматривать как равнодействующую двух параллельных сил — силы тяжести вырезанной части P_1 и силы тяжести оставшейся фигуры P_2.

Рис. 16

Сила P приложена в центре тяжести диска (точка O), сила P_1 — в центре тяжести вырезанной части (точка B) и P_2 — в центре тяжести пластинки с вырезом (искомая точка C). На основании правила сложения параллельных сил можно записать:

$$P=P_1+P_2,\quad P_1\cdot BO=P_2 x.$$

Но $BO=\frac{R}{2}$. Тогда

$$x=\frac{PR_1}{2(P-P_1)}.$$

Определим вес диска P и вес вырезанной части P_1:

$$P=\rho ghS=\pi R^2\rho gh;\quad P_1=\rho ghS_1=\frac{R^2}{2}\rho gh,$$

где h — толщина пластиики; ρ — плотность материала, из которого сделаиа пластиика; S — площадь круговой пластинки; S_1 — площадь вырезаииой части.

Подставляя в расчетиую формулу вместо P и P_1 их значения, получаем

$$x=\frac{R}{2(2\pi-1)}=0{,}1 \text{ м}.$$

Задача 14

Свод Ледового Дворца спорта в Греиобле, вес которого $9{,}8\cdot10^7$ Н, опирается иа четыре железобетоиные круглые колоииы. Найти напряжение, испытываемое железобетоиом, и величииу деформации сжатия одиой колоииы, если принять, что диаметр каждой из них 1,5 м, а высота 5 м. Модуль упругости для железобетоиа приият равиым $5\cdot10^5$ Н/м².

Условие: $P=9{,}8\cdot10^7$ Н;
$l=5$ м;
$D=1{,}5$ м;
$n=4$;
$E=5\cdot10^{10}$ Н/м².

σ — ? Δl — ?

Решение. Напряжеиие, испытываемое железобетоном, определим по формуле

$$\sigma=\frac{F}{S}=\frac{P}{S},$$

где S — площадь поперечного сечения четырех колонн.

Для одиой колоииы

$$S_1=\frac{S}{n}=\frac{\pi D^2}{4}.$$

Следовательно,

$$S=\frac{n\pi D^2}{4}.$$

Тогда

$$\sigma=\frac{4P}{n\pi D^2}\approx1{,}4\cdot10^7 \text{ Н/м}^2.$$

Величину деформации сжатия одной колонны найдем, пользуясь законом Гука:

$$\frac{\Delta l}{l_0}=\frac{1}{E}\cdot\frac{P}{S}=\frac{1}{E}\sigma=\frac{4P}{n\pi ED^2}.$$

Отсюда, полагая $l_0 \approx l$:

$$\Delta l=\frac{4Pl}{n\pi ED^2}\approx 1{,}4 \text{ мм}.$$

Задача 15

Между двумя столбами, расположенными на расстоянии 2 м друг от друга, закреплен горизонтально резиновый шнур. Под действием гири ($m=0{,}5$ кг), подвешенной на середине, шнур провис на 0,5 м. Определить коэффициент упругости шнура, приняв его естественную длину в нерастянутом состоянии равной расстоянию между столбами. Весом шнура пренебречь, деформацию считать упругой.

Условие: $l_0=2$ м;
$m=0{,}5$ кг;
$h=0{,}5$ м.

k — ?

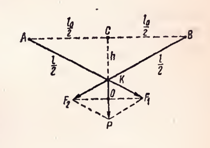


Рис. 17

Решение. На шнур действует сила P (вес гири), приложенная к его середине (точка K). Разложив ее на две составляющие: F_1 и F_2 по направлениям AK и BK соответственно (рис. 17), заметим, что $F_1=F_2=F$. Под действием этой силы натяжения каждая часть шнура $AC=\frac{l_0}{2}$ и $BC=\frac{l_0}{2}$ растянется, приняв длину $AK=BK=\frac{l}{2}$. Найдем абсолютное удлинение x каждой половины шнура:

$$x=\frac{l}{2}-\frac{l_0}{2}=\frac{1}{2}(l-l_0).$$

Это удлинение x и сила F, его вызывающая, связаны между собой законом Гука (деформация упругая):

$$F=kx,$$

где k — искомый коэффициент упругости шнура.

Отсюда

$$k=\frac{F}{x}.$$

Длину половины шнура $\left(\frac{l}{2}\right)$ в растянутом состоянии определим из прямоугольного треугольника CBK:

$$\frac{l}{2}=\frac{1}{2}\sqrt{l_0^2+4h^2}.$$

Тогда абсолютное удлинение половины шнура

$$x=\frac{1}{2}\left(\sqrt{l_0^2+4h^2}-l_0\right).$$

Силу F, вызывающую удлинение, найдем из подобных прямоугольных треугольников CBK и OKF_1, учтя при этом, что $KO=\frac{P}{2}$:

$$F=\frac{P\sqrt{l_0^2+4h^2}}{4h}.$$

Подставив эти выражения в формулу для коэффициента k, получим

$$k=\frac{mg\sqrt{l_0^2+4h^2}}{2h\left(\sqrt{l_0^2+4h^2}-l_0\right)}\approx 46\ \text{Н/м}.$$

Глава III

СИЛА, МАССА И УСКОРЕНИЕ. ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ ТЕЛ

Программа

Масса. Сила. Второй закон Ньютона. Единицы измерения массы и силы. Плотность. Единица плотности. Третий закон Ньютона. Закон всемирного тяготения. Гравитационная постоянная. Сила тяжести. Импульс (количество движения). Закон сохранения импульса (количества движения). Значение работ К. Э. Циолковского для космонавтики.

ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ И ЗАКОНЫ

§ 8. ВТОРОЙ ЗАКОН НЬЮТОНА

Разные силы, действующие на одно и то же тело, сообщают ему различные ускорения. При этом, как показывают опыты, ускорение движения тела пропорционально действующей на него силе. С другой стороны, разные тела под действием одной и той же силы приобретают неодинаковые ускорения. Следовательно, разные тела в различной мере обладают свойством инерции.

Можно ввести понятие о мере инерции тел, считая меру инерции двух тел одинаковой, если под действием равных сил они приобретают одинаковые ускорения, и считая меру инерции тем большей, чем меньшее ускорение приобретает тело под действием данной силы. Физическую величину, являющуюся количественной мерой инерции тел, называют массой данного тела и обычно обозначают буквой m (или M). На основании вышеизложенного следует, что ускорение движения тела прямо пропорционально действующей на него силе и обратно пропорционально массе этого тела, т. е.

$$\vec{a}=\frac{\vec{F}}{m} \text{ или } \vec{F}=m\vec{a}.$$

Эта зависимость носит название второго закона Ньютона (основной закон динамики). Приведенное уравнение является векторным. Из него следует, что сила $\vec{F}$ и ускорение $\vec{a}$ направлены по одной прямой в одну сторону. Масса тела m — величина скалярная.

Если на тело действует несколько сил, то в формуле закона Ньютона под силой $\vec{F}$ следует понимать результирующую всех этих сил. Такой вывод вытекает из принципа независимости действия сил, заключающегося в том, что каждая из приложенных сил сообщает телу такое ускорение, какое было бы, если бы другие силы на тело не действовали.

В частном случае, когда все силы, действующие на тело, направлены по одной прямой, их результирующая, а следовательно, и ускорение направлены по той же прямой, и поэтому уравнение основного закона механики можно записать в скалярной форме:

$$F=m\bar{a},$$

где результирующая сила F представляет собой алгебраическую сумму всех сил, действующих на данное тело. При этом, если направление силы F совпадает с направлением скорости движения v, т. е. $F>0$, то и $a>0$. Это означает, что под действием такой силы тело будет двигаться ускоренно. Если $F<0$, то $a<0$ — движение замедленное. При $F=0$ и $a=0$ (т. е. $\vec{v}=\text{const}$) движение равномерное и прямолинейное. Следовательно, в том случае, когда все силы, действующие на тело, уравновешены, т. е. когда равнодействующая этих сил равна нулю, тело будет покоиться или двигаться равномерно и прямолинейно.

В тех случаях, когда на тело действуют силы, равнодействующая которых с течением времени не меняется, движение будет равнопеременным. Действительно, при $\vec{F}=\text{const}$ и $\vec{a}=\text{const}$.

Если на тело не действуют никакие силы, т. е. $F=0$, то $a=0$ и, следовательно, $\vec{v}=\text{const}$, что согласуется с первым законом механики (законом инерции).

Второй закон Ньютона можно выразить через импульс силы ($\overrightarrow{Ft}$), действующей на тело (систему тел) в течение времени t, и изменение количества движения ($\overrightarrow{\Delta K}=\vec{K}_2-\vec{K}_1=\overrightarrow{mv_2}-\overrightarrow{mv_1}$) этого тела (системы тел):

$$\overrightarrow{\Delta K}=\Delta(\overrightarrow{mv})=\overrightarrow{Ft},$$

т. е. изменение количества движения тела (системы тел) измеряется импульсом силы, вызывающей это изменение, и совпадает с ней по направлению.

Количество движения тела (или системы тел) $\vec{K}=\overrightarrow{mv}$ — величина векторная, ее направление совпадает с направлением скорости движения. Часто, забывая об этом, допускают ошибку — складывают количества движения тел алгебраически (или даже арифметически), что не всегда верно.

§ 9. ТРЕТИЙ ЗАКОН НЬЮТОНА

Опыт показывает, что в природе не существует одностороннего действия одних тел на другие, а всегда существует взаимодействие тел, т. е. во всех случаях, когда одно тело действует с некоторой силой на другое (действие), то второе тело действует с некоторой силой на первое (противодействие), причем эти силы равны по величине и противоположны по направлению (обе силы направлены по одной прямой). Этот вывод и представляет собой третий закон Ньютона. Ньютон писал: «Действию всегда есть равное и противоположное противодействие, иначе — действия двух тел друг на друга между собой равны и направлены в противоположные стороны».

Силы действия и противодействия всегда приложены к разным телам, поэтому, несмотря на их равенство по величине и противоположность по направлению, они никогда не могут уравновешивать друг друга. Абитуриенты и слушатели подготовительных курсов, довольно часто неправильно понимая третий закон Ньютона, складывают силы действия и противодействия и, получив их результирующую равной нулю, приходят к нелепым результатам.

§ 10. ЗАКОН СОХРАНЕНИЯ КОЛИЧЕСТВА ДВИЖЕНИЯ (ИМПУЛЬСА)

Рассмотрим взаимодействие двух тел массами m_1 и m_2, движущихся до взаимодействия со скоростями $\vec{v}_1$ и $\vec{v}_2$ соответственно. Пусть после взаимодействия, продолжающегося в течение вре-

мени t, их скорости станут $\vec{v_1}'$ и $\vec{v_2}'$. Тогда, согласно второму закону Ньютона, можно записать:

$$\overrightarrow{F_1 t} = \overrightarrow{\Delta K_1} = \Delta(\overrightarrow{m_1 v_1}) = \overrightarrow{m_1 v_1}' - \overrightarrow{m_1 v_1};$$

$$\overrightarrow{F_2 t} = \overrightarrow{\Delta K_2} = \Delta(\overrightarrow{m_2 v_2}) = \overrightarrow{m_2 v_2}' - \overrightarrow{m_2 v_2},$$

где $\vec{F_1}$ — сила, действующая на первое тело со стороны второго; $\vec{F_2}$ — сила, действующая на второе тело со стороны первого.

Эти силы равны по величине и противоположны по направлению (по третьему закону Ньютона):

$$\vec{F_1} = -\vec{F_2}.$$

Следовательно,

$$\overrightarrow{m_1 v_1}' - \overrightarrow{m_1 v_1} + \overrightarrow{m_2 v_2}' - \overrightarrow{m_2 v_2} = 0$$

или

$$\overrightarrow{m_1 v_1} + \overrightarrow{m_2 v_2} = \overrightarrow{m_1 v_1}' + \overrightarrow{m_2 v_2}',$$

т. е. сумма изменений количества движения обоих тел равна нулю или сумма количеств движения тел до взаимодействия равна сумме количеств движения тел после их взаимодействия (количество движения двух тел сохраняется). Этот вывод справедлив и для любой замкнутой системы тел, т. е. такой системы тел, на которую не действуют внешние тела (внешние силы) — тела, не входящие в данную систему. Силы взаимодействия тел системы между собой — силы внутренние. По третьему закону Ньютона во всякой механической системе сумма внутренних сил всегда равна нулю. Второй закон Ньютона в применении к системе тел представится в виде

$$\overrightarrow{Ft} = \overrightarrow{\Delta K} = \vec{K_2} - \vec{K_1},$$

где $\vec{F}$ — результирующая сила, действующая на систему тел; $\overrightarrow{\Delta K}$ — изменение количества движения (импульса) этой системы.

Если система замкнутая, т. е. $\vec{F} = 0$, то $\vec{K_2} - \vec{K_1} = 0$ или $\vec{K} = \text{const}$. Следовательно, в замкнутой системе векторная сумма количеств движения (импульса) всех тел с течением времени не меняется. Это важнейшее положение называется всеобщим законом сохранения количества движения (импульса).

Следует иметь в виду, что закон сохранения может выполняться и для незамкнутой системы тел в частном случае, когда результирующая всех внешних сил, действующих на систему, равна нулю. Этот закон лежит в основе действия любого реактивного двигателя.

2 Зак. 1935

§ 11. ЗАКОН ВСЕМИРНОГО ТЯГОТЕНИЯ

Все тела взаимно притягиваются друг к другу. Такие явления, как падение тел на Землю, движение Луны вокруг Земли, планет вокруг Солнца и т. д., происходят под влиянием сил всемирного тяготения.

Закон, которому подчиняются силы тяготения, был сформулирован Ньютоном и называется законом всемирного тяготения. Всякие два тела притягиваются друг к другу с силой, прямо пропорциональной произведению их масс и обратно пропорциональной квадрату расстояния между ними:

$$F=\gamma\frac{m_1m_2}{r^2}.$$

Это справедливо, если тела можно считать материальными точками, т. е. если геометрические размеры тел малы по сравнению с расстоянием между данными телами. Для однородных тел сферической формы этот закон справедлив при любых размерах тел (r — расстояние между их центрами).

Коэффициент γ называется гравитационной постоянной (постоянной тяготения). Она равна величине силы, с которой притягиваются два тела с массами по 1 ед. каждое, находящиеся на расстоянии 1 ед. друг от друга. Опытным путем установлено, что

$$\gamma=6{,}67\cdot10^{-8}\,\frac{\text{дн}\cdot\text{см}^2}{\text{г}^2}=6{,}67\cdot10^{-11}\,\frac{\text{Н}\cdot\text{м}^2}{\text{кг}^2}.$$

Если тело массой m находится над поверхностью земли на высоте h, то на него действует сила земного притяжения

$$F=\gamma\frac{mM_З}{(R_З+h)^2}.$$

Масса тела в законе всемирного тяготения (гравитационная масса) выступает как мера тяготения данного тела, а во втором законе Ньютона (инертная масса) — как мера инерции этого тела. Эти массы равны друг другу.

Вопросы для самоконтроля

1. Что такое масса тела?
2. Какая существует связь между ускорением, силой и массой тела? Сформулируйте второй закон Ньютона.
3. В чем заключается принцип независимости действия сил? Приведите примеры.
4. Запишите формулу второго закона динамики для случая, когда на тело действует несколько сил.
5. В каком случае основное уравнение динамики можно записывать в скалярной форме? Приведите примеры.

6. В каком случае возможно прямолинейное ускоренное движение? прямолинейное замедленное? прямолинейное равноускоренное? прямолинейное равнозамедленное? прямолинейное равномерное? Приведите примеры.

7. В каких единицах измеряется сила? масса тел?

8. Дайте определение единицам измерения силы (ньютон, дина). Какое соотношение между этими единицами?

9. Что называется количеством движения (импульсом) тела?

10. Что называется импульсом силы?

11. Как выражается второй закон Ньютона через изменение количества движения тела или системы тел и импульс силы, вызывающей это изменение?

12. Как определяется направление количества движения одного тела? системы тел?

13. Как определяется направление изменения количества движения тела?

14. В каком случае количества движения нескольких тел можно складывать алгебраически? арифметически? Приведите примеры.

15. Что утверждает третий закон Ньютона? Поясните примерами.

16. Чем различаются силы действия и противодействия? Почему эти силы нельзя складывать?

17. Через неподвижный блок перекинута нить, к концам которой подвешены одинаковые гири. Почему ошибочным будет утверждение, что сила натяжения нити равна по величине удвоенному весу одной гири?

18. Как объяснить, что лошадь везет сани, если, как следует из третьего закона Ньютона, лошадь тянет сани вперед с такой же силой, с какой сани тянут лошадь назад?

19. В чем заключается закон сохранения количества движения? Приведите примеры.

20. Каков принцип действия реактивного двигателя?

21. Почему под действием только внутренних сил система тел не может прийти в движение? Приведите примеры.

22. Сформулируйте закон всемирного тяготения.

23. Каков физический смысл гравитационной постоянной? Как она определяется? Чему равна эта постоянная?

24. Как, пользуясь законом всемирного тяготения, можно определить массу Земли? среднюю плотность Земли?

ПРИМЕРЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ

Задача 16

С какой силой будет давить человек ($m=70$ кг) на пол лифта, если он будет подниматься вертикально вверх с ускорением $a=1$ м/с²?

Условие: $m=70$ кг;
$a=1$ м/с².
F — ?

Рис. 18

Решение. На человека, поднимающегося в лифте, действуют силы тяжести P и реакции опоры (пола) N (рис. 18). Под действием этих сил человек массой $m=\frac{P}{g}$ движется вертикально вверх

с ускорением a. Следовательно, по второму закону Ньютона можно записать

$$N-P=ma$$

(вертикальное вверх направление принято за положительное).

Отсюда определим силу реакции опоры N:

$$N=m(g+a).$$

По третьему закону Ньютона сила давления F на пол со стороны человека (т. е. его вес в состоянии ускоренного движения вверх) будет равна по величине, но противоположна по направлению силе N:

$$F=-N=-m(g+a)=-756 \text{ Н}.$$

Знак минус, согласно принятому условию, указывает, что сила давления F направлена вертикально вниз.

Задача 17

Решить предыдущую задачу для случая движения лифта вертикально вниз с тем же по величине ускорением.

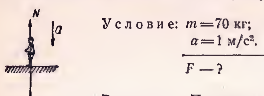


Рис. 19

Условие: $m=70$ кг;
$a=1$ м/с².

F — ?

Решение. По второму закону Ньютона сила, сообщающая телу ускорение, всегда совпадает по направлению с направлением ускорения. Поэтому в данном случае сила тяжести человека P больше по величине, чем сила реакции опоры N (рис. 19).

Выбрав за положительное направление направление вертикальное вверх (можно было бы его считать отрицательным; конечный результат должен всегда согласовываться с принятым условием), запишем уравнение второго закона динамики:

$$-(P-N)=m(-a),$$

откуда

$$N=m(g-a).$$

В силу третьего закона динамики

$$F=-N=-m(g-a)=-616 \text{ Н}.$$

Знак минус означает, что сила F направлена вертикально вниз.

Сравнение результатов этих двух задач показывает, что сила давления человека на пол лифта (т. е. вес человека) в зависимости от направления и величины ускорения движения может быть как больше, так и меньше силы тяжести $P=mg=686$ Н.

Задача 18

Груз P начинает подниматься при помощи троса вертикально вверх. В течение первых t с равноускоренного движения груз поднят на высоту h. Определить удлинение троса, если его коэффициент упругости k. Деформацию считать упругой. Массу троса, сопротивление среды, а также трение не учитывать.

Условие: $v_0=0$;
P;
t;
h;
k.

x — ?

Рис. 20

Решение. Под действием силы тяжести P и силы упруго натянутого троса T груз массой $m=\dfrac{P}{g}$ приобретает ускорение a, направленное вертикально вверх (рис. 20). Это ускорение может быть определено из уравнения движения груза

$$h=\frac{at^2}{2},$$

а именно:

$$a=\frac{2h}{t^2}.$$

На основании второго закона Ньютона

$$T-P=\frac{P}{g}a=\frac{P}{g}\cdot\frac{2h}{t^2},$$

откуда

$$T=\frac{P}{g}\left(g+\frac{2h}{t^2}\right).$$

На трос со стороны груза будет действовать сила натяжения F, численно равная силе T (по третьему закону Ньютона):

$$F=\frac{P}{g}\left(g+\frac{2h}{t^2}\right).$$

Эта же сила по закону Гука может быть представлена в виде

$$F = kx.$$

Следовательно,

$$x = \frac{F}{k} = \frac{P}{gk}\left(g + \frac{2h}{t^2}\right).$$

Полученное решение не противоречит правилу размерностей. Действительно, $[x] = \frac{\text{Н}\cdot\text{с}^2\cdot\text{м}}{\text{м}\cdot\text{Н}}\left(\frac{\text{м}}{\text{с}^2} - \frac{\text{м}}{\text{с}^2}\right) = \text{м}$.

Если бы груз поднимался равномерно (или висел на тросе неподвижно), т. е. если бы $a = 0$, то удлинение x должно было бы определяться только весом груза P и коэффициентом упругости троса k $\left(x = \frac{P}{k}\right)$. Положив в нашем решении $a = \frac{2h}{t^2} = 0$, получим этот же результат.

Задача 19

На горизонтальной плоскости лежит брусок, масса которого $m = 2$ кг. К концу шнура, прикрепленного к бруску и перекинутого через неподвижный блок (рис. 21), подвешена гиря массой $m_0 = 0,5$ кг. Определить силу натяжения шнура, если коэффициент трения между плоскостью и бруском $k = 0,1$ (принять коэффициент трения скольжения равным коэффициенту трения покоя). Массой шнура и блока, а также трением в блоке пренебречь.

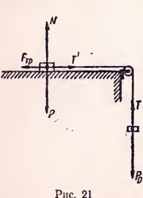


Рис. 21

Условие: $m = 2$ кг;
$m_0 = 0,5$ кг;
$k = 0,1$.

T — ?

Решение. Сила натяжения шнура будет зависеть от того, движется система или нет. Если система покоится (относительно горизонтальной плоскости), то сила натяжения шнура будет равна весу гири P_0, т. е. $m_0g = 4,9$ Н. Если грузы движутся, то сила натяжения шнура будет меньшей. Поэтому определим сначала, будет ли двигаться наша система под действием приложенных к ней сил. Для этого вычислим силу трения:

$$F_{\text{тр}} = kF_{\text{н.д}} = kmg = 1,96 \text{ Н}.$$

Значит, $F_{\text{тр}} < P_0$ и, следовательно, система движется.

Рассмотрим силы, действующие на гирю и брусок. На гирю действуют: сила тяжести P_0 и сила натяжения шнура T, на брусок — сила тяжести P, сила натяжения шнура T, сила трения скольжения $F_{тр}$ и сила нормальной реакции опоры N. Тогда основное уравнение динамики (второй закон Ньютона) для гири будет иметь вид

$$P_0 - T = m_0 a$$

и для бруска

$$T - F_{тр} = ma$$

или

$$T - kP = ma,$$

так как $F_{тр} = kP$. В направлении нормали к плоскости ускорения бруска нет. Следовательно, $P = N$.

Из двух полученных уравнений находим силу натяжения шнура:

$$T = \frac{mm_0 g(k+1)}{m+m_0} \approx 4{,}3 \text{ Н}.$$

Нетрудно видеть, что наименования правой и левой частей полученного решения одинаковы.

Задача 20

На горизонтальной плоскости лежат два связанных нитью бруска весом P_1 и P_2 (рис. 22). На нити, прикрепленной к этим брускам и перекинутой через неподвижный блок, подвешена гиря, вес которой P. С каким ускорением движется эта система и какова сила натяжения нити между брусками? Трение не учитывать, массой нити и блока пренебречь. Нить считать нерастяжимой.

Условие: P_1;
P_2;
P.

a — ? T_1 — ?

Рис. 22

Решение. Рассмотрим силы, действующие на каждое тело. На гирю действует сила тяжести P и сила натяжения нити T. На первый брусок действуют силы: тяжести P_1, натяжения нитей T и T_1 и нормальной реакции опоры N_1. На второй брусок действуют силы: тяжести P_2, натяжения нити T_1 и нормальной реакции опоры N_2.

В направлении нормали к плоскости ускорения брусков нет. Следовательно,

$$P_1 = N_1, \quad P_2 = N_2.$$

На основании второго закона Ньютона, примененного к каждому телу, можно записать:

$$P-T=ma=\frac{P}{g}a;\ T-T_1=m_1a=\frac{P_1}{g}a;\ T_1=m_2a=\frac{P_2}{g}a,$$

где a — ускорение движения тел; оно одинаково по величине для всех тел, поскольку нить нерастяжима.

Из полученной системы трех уравнений определим искомые величины a и T_1:

$$a=\frac{Pg}{P+P_1+P_2},\quad T_1=\frac{PP_2}{P+P_1+P_2}.$$

Полученные решения удовлетворяют требованиям правила размерностей.

Задача 21

К концам нерастяжимой нити, перекинутой через неподвижный блок, привязаны две гири (рис. 23). Предоставленные самим себе, гири приходят в движение. Определить силу натяжения нити, если вес одной гири в n раз больше веса другой. Вес меньшей гири P. Массой нити и блока пренебречь, трение в блоке и сопротивление воздуха не учитывать.

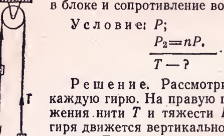


Рис. 23

Условие: P;

$P_2=nP$.

T — ?

Решение. Рассмотрим силы, действующие на каждую гирю. На правую гирю действуют силы: натяжения нити T и тяжести P. Под действием этих сил гиря движется вертикально вверх с некоторым ускорением a. Тогда по второму закону Ньютона можно записать:

$$T-P=ma=\frac{P}{g}a.$$

На левую гирю действуют силы: тяжести $P_2=nP$ и натяжения нити T. Результирующая этих сил сообщает гире то же по величине (нить нерастяжима), но направленное вертикально вниз ускорение a. Второй закон Ньютона для левой гири запишется в виде

$$P_2-T=m_2a \quad \text{или} \quad nP-T=\frac{nP}{g}a.$$

Решая полученную систему двух уравнений, находим, что

$$T=\frac{2n}{n+1}P,$$

Подставив наименования в левую и правую части полученного равенства, убедимся, что правило размерностей выполняется.

Если бы гири были одинаковыми, система, будучи предоставлена самой себе, оставалась бы в равновесии. Тогда сила натяжения нити была бы равна весу одной гири P. При подстановке в полученное решение значения $n=1$ (вес обеих гирь одинаков) убеждаемся, что сила натяжения нити T действительно равна весу гири P.

Задача 22

По данным предыдущей задачи определить силу давления на ось блока.

Решение. На блок действуют две параллельные, одинаково направленные силы натяжения T со стороны нити и сила нормальной реакции опоры N со стороны оси блока (рис. 24).

По третьему закону Ньютона блок действует на ось с такой же по величине, но направленной в противоположную сторону, силой F.

Зная силу T (см. задачу 21), легко определить искомую силу F:

$$F=-N=2T=\frac{4n}{n+1}P.$$

Знак минус означает, что сила давления F на ось блока направлена вертикально вниз.

Рис. 24

В случае двух одинаковых гирь ($P=P_2$ или $n=1$) величина силы давления на ось блока получается равной удвоенному весу одной гири ($F=2P$), что и следовало ожидать.

Задача 23

В вершине прямого угла β наклонной плоскости (рис. 25) с острым углом $\alpha=30°$ закреплен неподвижный блок, через который перекинута нерастяжимая нить. К ее концам прикреплены два одинаковых бруска. Коэффициенты трения при покое брусков и при их скольжении по наклонной плоскости одинаковы и равны 0,2. Определить ускорение движения брусков. Массой нити и блока, а также трением в блоке пренебречь. В начальном положении бруски покоились.

Условие: $P_1=P_2=P$;
$\alpha=30°$;
$\beta=90°$;
$k=0{,}2$.

a — ?

Решение. Прежде всего нужно установить, будет ли двигаться система брусков или нет. Если движение невозможно

(трение велико), то искомое ускорение равно нулю. Если движение возможно, то только в направлении, указанном стрелкой на рис. 25 (бруски одинаковые). Рассмотрим силы, действующие на каждый брусок. На правый брусок действуют силы: тяжести P, натяжения нити T, трения скольжения $F_{тр}$ и нормальной

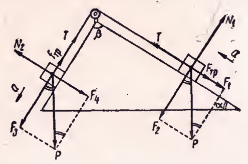


Рис. 25

реакции опоры N_1. На левый брусок действуют силы: тяжести P, натяжения нити T, трения $f_{тр}$ и нормальной реакции опоры N_2. Разложим силы тяжести каждого бруска на составляющие F_1, F_2 и F_3, F_4 соответственно.

В силу второго закона Ньютона, примененного к каждому бруску по отдельности, имеем:

$$F_2 = N_1, \quad F_4 = N_2,$$

$$T - F_1 - F_{тр} = \frac{P}{g}a, \quad F_3 - T - f_{тр} = \frac{P}{g}a,$$

где $F_1 = P\sin\alpha$; $F_2 = P\cos\alpha$; $F_3 = P\cos\alpha$; $F_4 = P\sin\alpha$; $F_{тр} = kF_2 = kP\cos\alpha$; $f_{тр} = kF_4 = kP\sin\alpha$.

Учитывая эти выражения, решаем полученную систему уравнений относительно ускорения a:

$$a = \frac{(1-k)\cos\alpha - (1+k)\sin\alpha}{2} g \approx 0{,}45 \text{ м/с}^2.$$

Найденное значение ускорения движения $a > 0$, следовательно, система брусков, предоставленная самой себе, придет в движение. Ускорение этого движения равно 0,45 м/с². Если бы для ускорения было получено значение $a < 0$, то это означало бы, что система брусков могла бы двигаться в указанном направлении только замедленно (при наличии, конечно, начального импульса). Но поскольку вначале бруски покоились, то значение $a < 0$ указывало бы, что бруски сдвинуться с места не могут и, следовательно, ускорение их движения равно нулю.

ВТОРАЯ РАБОТА

Работа, мощность, энергия. Криволинейное движение

Глава IV

МЕХАНИЧЕСКАЯ ЭНЕРГИЯ

Программа

Механическая работа. Мощность. Энергия. Кинетическая и потенциальная энергия. Закон сохранения энергии в механике. Единицы работы, мощности и энергии.

ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ И ЗАКОНЫ

§ 12. РАБОТА И МОЩНОСТЬ

1. В механике работа постоянной силы при прямолинейном движении измеряется произведением силы на величину перемещения и на косинус угла между ними:

$$A = Fs\cos\alpha.$$

В простейшем случае, когда направления силы и перемещения совпадают, $\cos\alpha = 1$ и работа измеряется произведением силы на перемещение тела:

$$A = Fs.$$

В некоторых случаях приходится рассчитывать работу, совершаемую переменной по величине силой (например, при растяжении или сжатии пружины и т. п.). Если величина силы меняется с изменением перемещения тела по закону прямой пропорциональной (линейной) зависимости, то работу такой силы можно рассчитывать по той же формуле:

$$A = F_{ср}s\cos\alpha,$$

где $F_{ср}$ — среднее арифметическое значение переменной силы на данном перемещении.

Если угол между направлением силы и направлением перемещения тупой ($\cos\alpha < 0$), то работа такой силы отрицательная, если острый ($\cos\alpha > 0$),— положительная.

Во всякой простой машине (блок, рычаг, ворот и т. п.) при равномерном движении без трения работа, которую совершает машина, равна работе силы, приводящей машину в движение. Это положение получило название «принципа равенства работ».

2. Мощностью называется физическая величина, измеряемая работой, совершенной в единицу времени:

$$N=\frac{A}{t}.$$

Мощность может быть выражена через силу и скорость движения:

$$N=\frac{A}{t}=\frac{Fs\cos\alpha}{t}=Fv\cos\alpha.$$

Если движение происходит по направлению действия силы,

$$N=Fv.$$

При неравномерном движении под скоростью движения $v=\frac{s}{t}=v_{ср}$, а следовательно, и под мощностью N следует понимать средние значения этих величин за промежуток времени t.

Мощность, так же как и работа, величина скалярная.

§ 13. ЭНЕРГИЯ. ЗАКОН СОХРАНЕНИЯ И ПРЕВРАЩЕНИЯ МЕХАНИЧЕСКОЙ ЭНЕРГИИ

1. Энергия — это физическая величина, характеризующая способность тела или системы тел совершать работу. При изменении состояния тела или системы тел их энергия меняется. Работа, совершенная телом или системой тел при этом, является мерой изменения их энергии:

$$\Delta E=E_2-E_1=A.$$

Запас энергии тела (системы тел) определяется наибольшей величиной работы, которую может совершать тело (система тел). Отсюда видно, что энергия измеряется в тех же единицах, что и работа (джоулях, эргах).

Энергия может быть разных видов: механическая, тепловая, электрическая и т. п. В механике рассматривается механическая энергия — потенциальная и кинетическая.

Потенциальной энергией (энергией положения) называется энергия, определяемая взаимным положением тел или частей одного и того же тела.

Кинетической энергией (энергией движения) называется энергия, которой обладает тело вследствие своего движения.

Запас кинетической энергии тела массой m, движущегося со скоростью v,

$$E^{(к)} = \frac{mv^2}{2}.$$

Потенциальная энергия тела, поднятого над поверхностью земли на высоту h,

$$E^{(п)} = mgh.$$

При этом потенциальная энергия тела определена относительно уровня поверхности земли. Относительно другого уровня высота h исходного положения тела, а вместе с тем и его потенциальная энергия, будет другой. Поэтому в каждом конкретном случае нужно заранее условиться, от какого уровня отсчитывается потенциальная энергия. Выбрать этот уровень можно совершенно произвольно, так как во всех физических явлениях всегда бывает важна не сама потенциальная энергия, а ее изменения, которыми определяется совершаемая работа. Изменения же потенциальной энергии будут, очевидно, одинаковыми при любом выборе исходного уровня. Следует только помнить, что условно выбранный начальный уровень отсчета потенциальной энергии в процессе решения одной и той же задачи менять нельзя, т. е. нельзя отсчитывать потенциальную энергию тела (или тел) в различных положениях от разных уровней.

Потенциальная энергия упруго деформированного тела определяется работой, которую может совершить тело, возвращаясь в исходное недеформированное состояние. Рассмотрим случай упруго растянутой (сжатой) пружины. Пусть, например, растянутая пружина закреплена одним концом, а второй конец, перемещаясь, совершает работу. Первоначальное растяжение пружины (абсолютную деформацию) обозначим буквой x. Тогда первоначальная упругая сила по закону Гука определится как $F = kx$, где k — коэффициент упругости пружины. По мере сокращения пружины эта сила равномерно убывает до нуля. Следовательно, нам нужно рассчитать работу переменной силы на длине перемещения x. Поскольку сила изменяется линейно с изменением x,

$$A = F_{ср}x = \frac{kx + 0}{2}x = \frac{1}{2}kx^2.$$

Таким образом, потенциальная энергия упруго растянутой (сжатой) пружины

$$E^{(п)} = \frac{1}{2}kx^2.$$

Здесь потенциальная энергия растяжения (сжатия) выражена через коэффициент упругости пружины k и ее наибольшее растяжение (сжатие) x.

2. Полной механической энергией тела (системы тел) называется сумма кинетической и потенциальной энергий этого тела (системы тел). При изменении состояния тела его полная механическая энергия, как правило, изменяется. В частности, при наличии сил трения сумма кинетической и потенциальной энергий движущегося тела может уменьшаться. За счет этой убыли энергии и совершается работа против сил трения (исключая силы трения покоя, работа которых равна нулю, так как точка их приложения неподвижна):

$$\Delta E = E_2 - E_1 = A_{тр} = F_{тр}s.$$

Если силы трения отсутствуют (или ими можно пренебречь), т. е. $F_{тр}=0$, то и $\Delta E = E_2 - E_1 = 0$ и, следовательно, $E_2 = E_1 = \mathrm{const}$. Полная механическая энергия (т. е. сумма кинетической и потенциальной энергий) тела или системы тел остается неизменной. В этом и заключается закон сохранения механической энергии.

В процессах изменения состояния тел при сохранении их полной механической энергии могут происходить превращения кинетической энергии в потенциальную и обратно. Утверждение возможности таких превращений составляет вторую часть закона сохранения и превращения механической энергии, который является частным случаем одного из важнейших законов природы — закона сохранения и превращения энергии всех видов.

Вопросы для самоконтроля

1. Что называется механической работой?
2. Какие условия необходимы для совершения работы? Приведите примеры.
3. В каких случаях механическая работа равна нулю?
4. Какая работа считается положительной? отрицательной? Приведите примеры.
5. Каковы единицы измерения работы? Какое соотношение между этими единицами?
6. В чем заключается принцип равенства работ?
7. Что называется мощностью?
8. В каких единицах измеряется мощность? Какое соотношение между этими единицами?
9. Как можно при одной и той же мощности двигателя увеличить силу тяги?
10. Что такое коэффициент полезного действия машины?
11. Что такое энергия? Что является мерой энергии? Каковы единицы измерения энергии?
12. Какая энергия называется механической?
13. Какая энергия называется кинетической? От чего зависит величина кинетической энергии тела? Приведите примеры.
14. Какая энергия называется потенциальной? Приведите примеры.
15. Как определяется потенциальная энергия тела, поднятого над землей?
16. Почему уровень начала отсчета («нулевой» уровень) потенциальной энергии в разных задачах можно выбирать произвольно? Проиллюстрируйте это положение на примерах.

17. Почему в одной задаче нельзя выбирать несколько разных «нулевых» уровней потенциальной энергии? Подтвердите это на примерах.

18. Как определяется потенциальная энергия упруго деформированной (растянутой, сжатой) пружины?

19. Что называется полной механической энергией тела?

20. В чем заключается закон сохранения и превращения механической энергии? При каких условиях выполняется этот закон? Проиллюстрируйте этот закон на примере свободно падающего тела.

21. Как влияют силы трения на механическую энергию движущегося тела?

ПРИМЕРЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ

Задача 24

Пуля массой 9 г, летящая горизонтально со скоростью 400 м/с, пробивает бревно толщиной 30 см и вылетает из него со скоростью 100 м/с. Какова средняя сила сопротивления движению пули в бревне?

Условие: $m=9$ г$=9\cdot10^{-3}$ кг;
$v_1=400$ м/с;
$s=30$ см$=0{,}3$ м;
$v_2=100$ м/с.

F — ?

Решение. Кинетическая энергия пули до попадания в бревно $E_1=\frac{mv_1^2}{2}$, после вылета из бревна $E_2=\frac{mv_2^2}{2}$. Изменение кинетической энергии пули $\Delta E=E_2-E_1=\frac{m}{2}(v_2^2-v_1^2)$. Работа против сил сопротивления при пробивании бревна пулей будет совершаться за счет изменения (уменьшения) ее кинетической энергии:

$$E_2-E_1=-A=-Fs.$$

(Работу сил сопротивления считаем отрицательной.) Из полученного уравнения находим силу сопротивления F:

$$F=\frac{m}{2s}(v_1^2-v_2^2)=2250 \text{ Н}.$$

Задача 25

По склону горы длиной l скатываются санки массой m. Определить среднюю силу сопротивления движению санок при скаты-

вании, если у подножия горы они имели скорость v. Высота горы h, начальная скорость санок равна нулю.

Условие: l;
m;
v;
h;
$v_0=0$.

F — ?

Решение. За уровень начала отсчета потенциальной энергии выберем уровень OO_1 (рис. 26) основания горы. В начальном

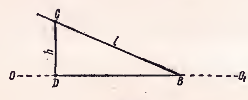


Рис. 26

положении (точка C) санки обладали запасом механической энергии

$$E_1=E_C^{(к)}+E_C^{(п)}=mgh.$$

У подножия горы (точка B) механическая энергия санок

$$E_2=E_B^{(к)}+E_B^{(п)}=\frac{mv^2}{2}.$$

Работа против сил сопротивления при скатывании санок по горе длиной l совершается за счет изменения их механической энергии:

$$\Delta E=E_2-E_1=-A=-Fl,$$

откуда

$$F=\frac{m(2gh-v^2)}{2l}.$$

Задача 26

Подъемник элеватора поднимает груз 2 т. Определить работу, совершенную в первые 5 с подъема, и среднюю мощность, развиваемую подъемником за это время, если считать, что подъем производится равноускоренно с ускорением 1 м/с². Силы трения не учитывать.

Условие: $m=2$ т$=2\cdot10^3$ кг;
$v_0=0$;
$t=5$ с;
$a=1$ м/с².

A — ? $N_{ср}$ — ?

Решение. Работу, совершенную подъемником, определяем по формуле

$$A=Fh.$$

Силу F, совершающую работу, найдем, пользуясь вторым законом Ньютона:

$$F-P=ma,$$

откуда

$$F=m(g+a).$$

Рис. 27

Высота подъема h определяется из уравнения равноускоренного движения:

$$h=\frac{at^2}{2}.$$

Тогда искомая работа

$$A=\frac{mat^2}{2}(g+a)=2{,}7\cdot10^5 \text{ Дж}.$$

К этому же результату можно прийти и другим путем. При подъеме груза его механическая энергия изменяется, причем это изменение энергии равно совершенной работе:

$$\Delta E=E_C-E_B=A.$$

Уровень начала отсчета потенциальной энергии (уровень OO_1, рис. 27) выберем на поверхности земли. Тогда полная энергия груза в начале движения (точка B)

$$E_B=E_B^{(к)}+E_B^{(п)}=0,$$

спустя время t (точка C)

$$E_C=E_C^{(к)}+E_C^{(п)}=\frac{mv_C^2}{2}+mgh.$$

Тогда

$$A=E_C-E_B=\frac{mv_C^2}{2}+mgh.$$

Скорость v_C и высоту подъема h найдем из уравнений движения:

$$v_C=at,\quad h=\frac{at^2}{2}.$$

Окоичательио

$$A=\frac{mat^2}{2}(g+a).$$

Среднюю мощность $N_{\text{ср}}$ тоже можно найти двумя способами:

$$N_{\text{ср}}=\frac{A}{t}=\frac{mat}{2}(g+a)=54 \text{ кВт}$$

или

$$N_{\text{ср}}=Fv_{\text{ср}}=F\frac{v_0+v_C}{2}=m(g+a)\frac{at^2}{2}=\frac{mat}{2}(g+a).$$

Задача 27

Небольшая льдинка соскальзывает без начальной скорости с ледяиой горки высотой h и далее движется по горизонтальиой ледяной плоскости, останавливаясь на расстоянии (по горизон-

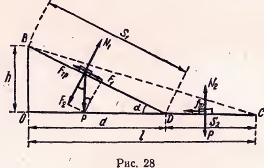


Рис. 28

тали) l от места начала движения (рис. 28). Каков коэффициент трения скольжения льда по льду? Сопротивлением воздуха пренебречь.

Условие: $v_0=0$;
h;
l;
$v_C=0$.
k — ?

Решение. *I способ.* Рассмотрим движеиие льдинки на участках $BD=s_1$ и $DC=s_2$ по отдельности. На первом участке льдинка движется под действием следующих сил: тяжести P, трения $F_{\text{тр}}$ и нормальной реакции опоры N_1. Разложив силу тяжести

на составляющие F_1 и F_2, запишем уравнения динамики, характеризующие движение льдинки:

$$F_1-F_{тр}=\frac{P}{g}a_1,\quad F_2=N_1.$$

На горизонтальном участке s_2 движение льдинки происходит под действием силы тяжести P, силы трения $f_{тр}$ и силы нормальной реакции опоры N_2. Для этого движения законы динамики запишутся в следующем виде:

$$-f_{тр}=\frac{P}{g}(-a_2),\quad N_2=P.$$

Найдем силы F_1, F_2, $F_{тр}$ и $f_{тр}$:

$$F_1=P\sin\alpha,\quad F_2=P\cos\alpha,\quad F_{тр}=kF_2=kP\cos\alpha,\quad f_{тр}=kP.$$

Тогда

$$P\sin\alpha-kP\cos\alpha=\frac{P}{g}a_1,\quad kP=\frac{P}{g}a_2.$$

Разделив почленно одно уравнение на другое, получим

$$\frac{\sin\alpha}{k}-\cos\alpha=\frac{a_1}{a_2}.$$

Запишем уравнения движения льдинки для участков s_1 и s_2:

$$v_D^2=2a_1s_1,\quad v_D^2=2a_2s_2.$$

Определим отношение ускорений a_1 и a_2:

$$\frac{a_1}{a_2}=\frac{s_2}{s_1}.$$

Следовательно,

$$\frac{\sin\alpha}{k}-\cos\alpha=\frac{s_2}{s_1}=\frac{s_2\cos\alpha}{d}$$

$\left(\text{так как } s_1=\frac{d}{\cos\alpha}\right)$ или

$$\frac{\sin\alpha}{k}=\left(\frac{s_2}{d}+1\right)\cos\alpha=\frac{s_2+d}{d}\cos\alpha=\frac{l}{d}\cos\alpha.$$

Из этого уравнения найдем коэффициент трения k:

$$k=\frac{d\,\mathrm{tg}\,\alpha}{l}=\frac{h}{l}.$$

II способ. В исходной точке движения (точка B) запас полной механической энергии льдинки относительно уровня OC

$$E_B = E_B^{(к)} + E_B^{(п)} = mgh = Ph.$$

В конечной точке движения (точка C)

$$E_C = E_C^{(к)} + E_C^{(п)} = 0.$$

Изменение полной механической энергии льдинки

$$\Delta E = E_C - E_B = -Ph$$

(знак минус указывает на то, что энергия льдинки уменьшилась). За счет этого изменения энергии совершена работа против сил трения на участках s_1 и s_2:

$$\Delta E = A_1 + A_2 = -(F_{тр}s_1 + f_{тр}s_2),$$

где $F_{тр} = kP\cos\alpha$; $f_{тр} = kP$.

Следовательно,

$$-Ph = -(kPs_1\cos\alpha + kPs_2)$$

или

$$h = k(s_1\cos\alpha + s_2) = k(d + s_2) = kl,$$

откуда

$$k = \frac{h}{l}.$$

Анализ полученного выражения показывает, что при постоянном коэффициенте трения k и заданной высоте горки h расстояние l, на котором льдинка остановится, не зависит от угла наклона плоскости α, т. е. при разных наклонах плоскости будет одним и тем же. Тогда мы можем горку выбрать с углом наклона к горизонту α_0 такой, чтобы она оканчивалась в точке C (пунктирная линия BC на рис. 28 и 29), и, следовательно, льдинка, соскальзывая с такой горки, должна остановиться у ее подножия (точка C).

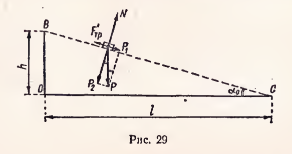


Рис. 29

Это возможно только при очень медленном движении льдинки с постоянной скоростью (по инерции) на всей наклонной плоскости. Значит, уравнения динамики можно записать в этом случае в виде

$$N=P_2, \quad P_1=F'_{\text{тр}},$$

где $P_1=P\sin\alpha_0$; $P_2=P\cos\alpha_0$; $F'_{\text{тр}}=kP_2=kP\cos\alpha_0$ (см. рис. 29). Тогда

$$P\sin\alpha_0=kP\cos\alpha_0,$$

откуда

$$k=\operatorname{tg}\alpha_0=\frac{h}{l}.$$

Задача 28

Маленький деревянный шарик (плотность ρ) радиуса R поднят на высоту H над поверхностью воды и отпущен. Наибольшая глубина, которой достиг шарик в воде, равна h. Определить среднюю силу сопротивления движению шарика в воде. Трение о воздух и поверхностное натяжение воды не учитывать.

Условие: $v_0=0$;
R;
H;
h;
ρ;
$v_D=0$.

F — ?

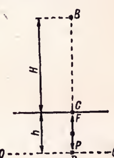


Рис. 30

Решение. *I способ.* В воде (участок $CD=h$) шарик движется замедленно под действием сил: тяжести P и сопротивления F (рис. 30). Следовательно, по второму закону Ньютона можно записать:

$$-(F-P)=-ma,$$

откуда

$$F=m(g+a),$$

где m — масса шарика; a — ускорение его движения в воде.

Массу шарика определим, зная его радиус R и плотность дерева ρ:

$$m=\rho V=\frac{4}{3}\pi\rho R^3.$$

Ускорение движения a найдем из уравнений движения шарика на участках $BC=H$ и $CD=h$:

$$v_C^2=2gH, \quad v_C^2=2ah,$$

откуда

$$a=\frac{H}{h}g.$$

Подставляя найденные значения для массы и ускорения в расчетную формулу, получаем

$$F=\frac{4}{3}\pi g\rho R^3\left(1+\frac{H}{h}\right).$$

II способ. Работа $A=-Fh$ против сил сопротивления на участке $CD=h$ совершается за счет изменения полной механической энергии шарика $\Delta E=E_D-E_B$. Выберем уровень OO_1 отсчета потенциальной энергии по самому нижнему положению шарика. Тогда

$$E_B=E_B^{(к)}+E_B^{(п)}=mg(H+h), \quad E_D=E_D^{(к)}+E_D^{(п)}=0.$$

Следовательно, исходное уравнение $\Delta E=A$ будет иметь вид

$$mg(H+h)=Fh,$$

где масса шарика

$$m=\frac{4}{3}\pi\rho R^3,$$

откуда

$$F=\frac{4}{3}\pi g\rho R^3\left(1+\frac{H}{h}\right).$$

Полученное решение, как нетрудно видеть, удовлетворяет правилу наименований.

Задача 29

Какую минимальную работу нужно совершить, чтобы однородный свинцовый кубик с ребром l, находящийся на горизонтальной плоскости, повернуть с одной грани на другую (соседнюю)?

Условие: ρ;
l.

A — ?

Решение. При поворачивании кубика (рис. 31, *а*, *б*) центр тяжести его (точка O) должен быть поднят на высоту $h=d-\frac{l}{2}$,

Следовательно, наименьшая работа, необходимая для такого поворота, будет равна изменению (увеличению) только потенциальной энергии кубика при подъеме его центра тяжести на эту высоту h:

$$A = E_2 - E_1,$$

где E_1 — потенциальная энергия кубика в положении, изображенном на рис. 31, *а*; E_2 — в положении, изображенном на рис. 31, *б*.

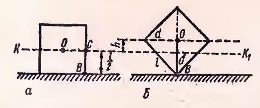


Рис. 31

За уровень начала отсчета потенциальной энергии выберем уровень KK_1, проходящий через центр тяжести кубика в исходном положении (рис. 31). Тогда $E_1 = 0$, $E_2 = mgh$, где m — масса кубика: $m = \rho V = \rho l^3$ (ρ — плотность свинца).

Следовательно,

$$A = E_2 - E_1 = g\rho l^3 \left(d - \frac{l}{2}\right).$$

Половину диагонали куба d выразим через его ребро l:

$$d = \frac{\sqrt{2}}{2} l.$$

Тогда окончательно

$$A = \frac{\sqrt{2} - 1}{2} g\rho l^4 \approx 0{,}2 g\rho l^4.$$

Наименование полученного ответа в системе СИ — Дж.

Задача 30

Какую минимальную работу нужно совершить, чтобы поднять землю на поверхность при рытье колодца, если его глубина $h = 10$ м, а площадь поперечного сечения $S = 2$ м²? Масса одного кубического метра земли в среднем равна 2 т. Считать, что вынимаемый грунт рассыпается тонким слоем по поверхности земли.

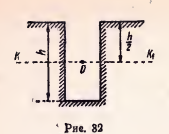


Рис. 32

Условие: $h = 10$ м;
$S = 2$ м^2;
$\rho = 2$ т/м$^3 = 2 \cdot 10^3$ кг/м^3.
A — ?

Решение. Уровень KK_1 начала отсчета потенциальной энергии выберем проходящим через центр тяжести (точка O) невынутой земли (рис. 32).

Тогда запас потенциальной энергии земли до и после ее выемки соответственно: $E_1^{(п)} = 0$, $E_2^{(п)} = mg\frac{h}{2}$. Искомая наименьшая работа

$$A = \Delta E^{(п)} = E_2^{(п)} - E_1^{(п)} = mg\frac{h}{2}.$$

Массу вынутого грунта m определим через величины, известные по условию задачи:

$$m = \rho hS.$$

Подставляя это значение в исходную формулу, получаем

$$A = \frac{g\rho Sh^2}{2} = 1{,}96 \cdot 10^6 \text{ Дж}.$$

Задача 31

Шайбу бросают снизу вверх по ледяной горе, составляющей с горизонтом угол α. За t с шайба поднимается по горе на высоту h, после чего соскальзывает вниз. Каков коэффициент трения скольжения между льдом и шайбой? Сопротивление воздуха не учитывать.

Указание: задачу решить на основании закона сохранения и превращения энергии.

Условие: α;
t;
h;
$v_C = 0$.
k — ?

Решение. За начальный уровень отсчета потенциальной энергии выберем уровень OO_1 (рис. 33) основания наклонной

плоскости (горы). Тогда полная механическая энергия шайбы в начале подъема на гору (точка B)

$$E_B = E_B^{(к)} + E_B^{(п)} = \frac{mv^2}{2},$$

где m — масса шайбы; v — скорость шайбы в точке B (начальная скорость бросания).

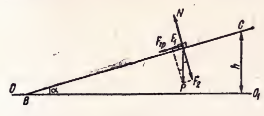


Рис. 33

Полная энергия шайбы в наивысшей точке подъема (точка C)

$$E_C = E_C^{(к)} + E_C^{(п)} = mgh.$$

За счет изменения энергии $\Delta E = E_C - E_B = m\left(gh - \frac{v^2}{2}\right)$ совершена работа против сил трения при скольжении шайбы по горе на пути $BC = s$:

$$\Delta E = A = -F_{тр}s = -F_{тр}\frac{h}{\sin\alpha}.$$

Сила трения скольжения

$$F_{тр} = kF_2 = kP\cos\alpha = kmg\cos\alpha.$$

Тогда

$$m\left(gh - \frac{v^2}{2}\right) = -kmg\cos\alpha\frac{h}{\sin\alpha},$$

откуда

$$k = \left(\frac{v^2}{2gh} - 1\right)\operatorname{tg}\alpha.$$

Скорость бросания шайбы v найдем из уравнений движения:

$$v_{ср} = \frac{v + v_C}{2} = \frac{s}{t}.$$

Отсюда

$$v = \frac{2s}{t} = \frac{2h}{t\sin\alpha}.$$

Подставив это выражение в расчетную формулу, получим

$$k = \frac{4h}{gt^2\sin 2\alpha} - \operatorname{tg}\alpha.$$

Глава V
КРИВОЛИНЕЙНОЕ ДВИЖЕНИЕ

Программа

Равномерное движение по окружности. Линейная и угловая скорости. Связь между ними. Единица угловой скорости. Ускорение при равномерном движении тела по окружности (центростремительное ускорение).

ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ И ЗАКОНЫ

§ 14. КРИВОЛИНЕЙНОЕ ДВИЖЕНИЕ ТЕЛ. ВРАЩАТЕЛЬНОЕ ДВИЖЕНИЕ

Криволинейным движением называется движение по кривой линии. Криволинейное движение тела происходит под действием силы, направленной под некоторым углом к направлению скорости движения этого тела. Скорость в каждой точке криволинейной траектории направлена по касательной, проведенной к кривой в этой точке. Всякое криволинейное движение является сложным движением, т. е. при криволинейном движении тело одновременно участвует в нескольких движениях. При этом выполняется так называемый принцип независимости движений: если тело участвует одновременно в нескольких движениях, то каждое из этих движений происходит независимо от других.

Использование этого принципа позволяет рассчитывать различные криволинейные движения тел (например, движение тела, брошенного под углом к горизонту, и др.).

Одним из простейших и широко распространенных видов криволинейного движения является равномерное движение тела по окружности — движение тела по окружности с постоянной по величине скоростью. Такое движение характеризуется рядом физических величин: угловой скоростью движения $\omega = \frac{\varphi}{t} = 2\pi n$, где n — число оборотов в единицу времени; периодом обращения $T = \frac{1}{n}$; линейной скоростью движения $v = \frac{2\pi R}{T} = 2\pi R n = \omega R$, где R — радиус окружности, по которой происходит движение тела.

Равномерное движение тел по окружности происходит под действием постоянной по величине силы, направленной перпендикулярно к вектору скорости. Эта сила приложена к телу, направлена по радиусу к центру вращения и удерживает тело на окружности. Называется она центростремительной силой. Эта сила вызывает ускорение движения тела в том же направлении — центростремительное ускорение:

$$a_ц = \frac{v^2}{R} = \omega^2 R.$$

Согласно второму закону Ньютона, центростремительная сила

$$F_ц = ma_ц = \frac{mv^2}{R} = m\omega^2 R.$$

Центростремительная сила — это не новый вид силы, а название силы, удерживающей тело на окружности. Природа центростремительной силы в каждом конкретном случае может быть различна (силы трения, упругости, тяготения и т. п.). Чаще всего центростремительная сила является результирующей нескольких сил, действующих на тело, или одной из составляющих какой-либо силы.

§ 15. СИЛА ТЯЖЕСТИ И ВЕС ТЕЛА

1. Всякое тело массой m, покоящееся относительно Земли (подвешенное на нити, лежащее на ее поверхности и т. п.), участвует вместе с Землей в ее суточном вращении вокруг оси. Поэтому на него действует центростремительная сила $F_ц$, которая представляет собой одну из составляющих силы тяготения $F = \gamma \frac{mM_З}{R_З^2}$ (рис. 34). Сила $F_ц$ сообщает телу центростремительное ускорение $a_ц = \omega^2 r = \omega^2 R_З \cos\varphi = \frac{4\pi^2}{T^2} R_З \cos\varphi$. Если Землю считать шаром со средним радиусом $R_З = 6371$ км, для центростремительного ускорения получим следующее значение: $a_ц \approx 0{,}034 \cos\varphi$ (м/с²).

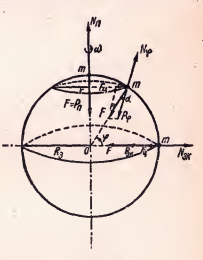


Рис. 34

Вторая составляющая силы тяготения — сила P_φ — обусловливает тяжесть тела и называется силой тяжести. В случае покоящегося относительно Земли тела эта сила уравновешивается силой реакции опоры N_φ или силой, действующей на тело со стороны упруго натянутой нити. Если нить обрезать (или убрать опору), то под действием силы тяжести P_φ тело в безвоздушном пространстве будет падать с ускорением свободного падения (ускорением силы тяжести) g_φ, величина которого определяется по второму закону Ньютона следующим соотношением:

$$g_\varphi = \frac{P_\varphi}{m},$$

где m — масса тела.

Так как сила тяжести P_φ одного и того же тела на разных географических широтах φ различна, то ускорение силы тяжести g_φ изменяется с изменением широты места. На полюсах, где линейная скорость вращения точек Земли и, следовательно, центростремительная сила $F_ц$ равны нулю, сила тяжести равна силе тяготения:

$$P_ц = F = \gamma \frac{mM_З}{R_З^2}, \quad g_ц = 9{,}8324 \text{ м/с}^2 \text{ [1]}.$$

На экваторе, где центростремительная сила $F_ц$ направлена, как и сила тяготения F, по радиусу к центру Земли, и поэтому $P_{эк} = F - F_ц$, $g_{эк} = 9{,}7805$ м/с^2.

Ускорение силы тяжести на широте 45° называется нормальным, оно равно 9,80665 м/с^2. Все указанные числовые значения g_φ относятся к определению этой величины на уровне моря.

Направление действия силы тяжести P_φ называется отвесным. Отвесное направление (см. рис. 34) не совпадает (кроме полюсов и точек на экваторе) с радиусом Земли. Однако это различие (угол α, разный для различных географических широт φ) ничтожно мало, так как $F_ц = ma_ц \approx 0{,}034\, m \cos\varphi$, а $P_\varphi = mg_\varphi \approx 9{,}8\, m$. Поэтому величины силы тяжести и силы тяготения в одном и том же месте различаются незначительно. При решении многих практических вопросов их принимают равными друг другу.

$$F = P_\varphi \quad \text{или} \quad \gamma \frac{mM_З}{R_З^2} = mg_\varphi.$$

Так как инертная масса тела, входящая в уравнение динамики, и гравитационная масса того же тела в законе тяготения равны между собой, то

$$g_\varphi = \gamma \frac{M_З}{R_З^2},$$

т. е. ускорение свободного падения всех тел, независимо от их масс, в данном месте Земли одинаково.

Поскольку изменение ускорения силы тяжести с изменением широты места невелико, для многих расчетов его можно приблизительно считать везде одинаковым и равным 9,8 м/с^2, а для более грубых вычислений — 10 м/с^2.

С подъемом над поверхностью Земли ускорение силы тяжести изменяется:

$$g_h = \gamma \frac{M_З}{(R_З + h)^2} = g \left(\frac{R_З}{R_З + h}\right)^2,$$

---

[1] Изменение силы тяжести P_φ, а следовательно, и ускорения g_φ вызвано еще и сплюснутостью Земли у полюсов: полярный радиус меньше экваториального приблизительно на 21 км. Это различие расстояний от поверхности Земли до ее центра также сказывается на изменении ускорения свободного падения, оно невелико: максимальное различие Δg_1, вызванное этой причиной, составляет приблизительно 0,02 м/с^2 при общем наибольшем значении $\Delta g \approx 0{,}05$ м/с^2.

где g_h — ускорение силы тяжести на высоте h над поверхностью Земли; g — на поверхности Земли.

2. Силу тяжести не следует отождествлять с силой веса или весом тела. Под весом понимают силу, с которой тело действует на опору, или же силу, с которой оно растягивает подвес. Выражение «тело весит» n Н означает, что «тело давит», например, на чашку весов или «тело растягивает», например, пружину динамометра с силой n Н. Отсюда прежде всего следует, что сила веса (вес) приложена к опоре или подвесу, а не к самому телу. Сила веса может и по величине отличаться от силы тяжести. Это возможно в тех случаях, когда тело вместе с подвесом (например, с динамометром) будет двигаться с ускорением a, направленным вертикально вниз или вверх. Тогда вес тела (сила, действующая на пружину динамометра со стороны тела) будет соответственно равен $m(g-a)$ или $m(g+a)$, т. е. будет меньше или больше силы тяжести этого тела mg, которая все время остается постоянной. Аналогичные результаты получаются и в других случаях ускоренного движения (см. задачи № 16, 17, гл. III).

В частном случае, если тело движется вертикально вниз с ускорением $a=g$, вес тела равен нулю: $m(g-a)=m(g-g)=0$, т. е. тело не давит на опору (не растягивает подвеса), оно находится в состоянии невесомости. Такое состояние имеет место при действии на тело только одной силы тяжести (например, при свободном падении, при движении по орбите спутника Земли и других свободных полетах), которая сообщает ему ускорение $a=g$.

Если ускорение движения тела направлено не по вертикали, то и направление силы веса не совпадает с направлением силы тяжести (отвесной линией). Например, если тело, подвешенное на нити, находится в ускоренно движущемся вагоне, то нить с телом отклоняется от вертикального направления. Сила веса направлена в таком случае вдоль нити, а сила тяжести — отвесно вниз. Величины этих сил также неодинаковы.

Таким образом, сила тяжести и вес тела — принципиально разные силы. В следующей таблице приведены характеристики этих сил:

Сила тяжести	Вес
1. Одна из составляющих силы тяготения, сообщающая ускорение свободно падающему телу	1. Сила, с которой тело действует на опору или подвес
2. Приложена к самому телу	2. Приложен к подвесу или опоре
3. Направлена по линии отвеса в данном месте Земли	3. Направление в каждом конкретном случае различно, в частности, может совпадать с направлением линии отвеса
4. Величина, постоянная для данного места расположения тела и обусловленная тяготением Земли и ее суточным вращением вокруг оси	4. Величина переменная, зависящая от ускорения движения тела и подвеса (или опоры) относительно Земли

Если ускорение движения тела относительно Земли равно нулю, сила тяжести и вес тела по величине и направлению совпадают (точки приложения этих сил различны). Поэтому в таких случаях, когда эти силы равны, и интересуются только величиной силы, а не тем, к какому телу она приложена, вместо термина «сила тяжести» или «сила притяжения тела Землей» допускают термин «вес тела». Принципиально недопустимое отождествление этих понятий в случае ускоренного (относительно Земли) движения тел приводит к серьезным ошибкам и непониманию физической сущности многих явлений.

§ 16. ВЗВЕШИВАНИЕ ТЕЛ

1. Взвешивание тел может производиться на пружинных и рычажных весах. Эти два способа принципиально различны. Так, если тело подвешено к пружинным весам (динамометру), то по величине растяжения пружины судим о величине силы, действующей на нее и вызвавшей это растяжение, т. е. измеряем силу веса. В зависимости от места и условий, при которых производится взвешивание тела на пружинных весах, результаты будут различны, т. е. вес этого тела будет разным. Поэтому сравнивать веса нескольких тел можно только тогда, когда они определены при одинаковых условиях и в одном и том же месте. В таких (и только таких) случаях можно с помощью пружинных весов сравнивать и массы тел, так как веса разных тел в этих случаях будут пропорциональными их массам (см. § 15):

$$\frac{P_1}{P_2} = \frac{m_1}{m_2}.$$

Если масса хотя бы одного из сравниваемых тел известна, можно рассчитать массу и других тел. За эталон массы (1 кг) принята масса платино-иридиевой гири, которая хранится в Севре (недалеко от Парижа). Копии этого эталона (гири) используются в качестве тел известной массы. Ускорение свободного падения в месте хранения эталона массы на уровне моря на географической широте 45° равно 9,80665 м/с. Это ускорение и принято за нормальное.

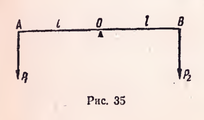


Рис. 35

2. Пропорциональность весов разных тел, находящихся в одинаковых условиях и в одном и том же месте, их массам позволяет сравнивать массы тел с помощью рычага (рычажных весов),

К одному концу равноплечего[1] рычага (рис. 35) подвешивают тело, а к другому — гири-эталоны, подбирая их так, чтобы рычаг был в равновесии. Из условия равновесия равноплечего рычага (тела, имеющего ось вращения) следует, что силы, действующие на него, равны между собой, т. е. вес тела равен весу подвешенных гирь: $P_1 = P_2$, но так как $\frac{P_1}{P_2} = \frac{m_1}{m_2}$, то их массы тоже равны: $m_1 = m_2$. Зная массу гирь-эталонов, тем самым определяем массу тела.

Заметим, что в случае пользования рычажными весами сравниваемые тела (гири и исследуемое тело) обычно находятся в одинаковых условиях и в одном и том же месте Земли. Поэтому результаты взвешивания (масса тела) будут одинаковыми и не зависящими от этих условий (географической широты, высоты над уровнем моря, ускорения движения весов с телами относительно Земли и т. д.). Относительно веса тела при этом можем только сказать, что он равен весу гирь, определить же его с помощью рычажных весов нельзя, поскольку вес гирь при изменении условий взвешивания меняется. Для определения веса тела нужно воспользоваться пружинными весами.

Вопросы для самоконтроля

1. Какое движение называется криволинейным? Приведите примеры.
2. При каком условии возможно криволинейное движение?
3. Каково направление скорости тела при его криволинейном движении?
4. В чем заключается принцип независимости движений? Проиллюстрируйте этот принцип примерами.
5. Какое движение называется равномерным движением по окружности? Приведите примеры.
6. Что называется угловой скоростью вращения? В каких единицах измеряется эта физическая величина?
7. Что называется периодом вращения? частотой вращения? Какая связь этих физических величин между собой?
8. Что называется линейной скоростью? Как связана линейная скорость с периодом вращения? с частотой вращения? с угловой скоростью вращения?
9. Почему равномерное движение тела по окружности является движением ускоренным?
10. Как определяется центростремительное ускорение при равномерном движении тела по окружности?
11. Что называется центростремительной силой? Приведите примеры. Запишите формулу, по которой определяется величина этой силы.
12. К чему приложена центростремительная сила и как она направлена?
13. Совершает ли работу центростремительная сила при равномерном движении тела по окружности и почему?
14. Какая сила является центростремительной при вращении тела вместе с Землей вокруг ее оси?
15. Что называется силой тяжести? К чему приложена и как направлена эта сила? Как определяется величина силы тяжести?
16. Почему сила тяжести одного и того же тела в одном и том же месте Земли постоянна? в разных местах Земли различна?

[1] Рычажные весы могут быть и неравноплечими, например десятичные весы.

17. Почему силу тяжести тела и силу притяжения этого тела Землей можно приблизительно считать равными друг другу? Где это равенство выполняется точно?

18. Почему ускорение силы тяжести в одном и том же месте одинаково для всех тел, независимо от их масс?

19. Как изменяется ускорение силы тяжести с подъемом над поверхностью Земли?

20. Что называется весом тела? К чему приложена эта сила? Приведите примеры.

21. Что означает выражение «вес человека — 700 Н»?

22. От чего зависит вес одного и того же тела? Приведите примеры.

23. В каком случае вес тела равен нулю? Каковы «особенности» такого состояния тел?

24. Чем различаются между собой сила тяжести и сила веса одного и того же тела?

25. В каком случае эти силы имеют одинаковое направление? одинаковую величину и направление? В чем отличие между ними в этих случаях?

26. Как измеряется вес тел? масса тел?

27. Почему драгоценные металлы взвешивают на рычажных весах?

ПРИМЕРЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ

Задача 32

Тело брошено со скоростью v_0 под углом α к горизонту. Найти дальность полета и наибольшую высоту подъема. Сопротивление воздуха не учитывать.

Условие: v_0;

α.

H — ? s — ?

Решение. Тело, брошенное под углом к горизонту, будет двигаться по кривой (параболе), сначала поднимаясь вверх, а затем опускаясь, при одновременном перемещении в горизонтальном направлении (рис. 36). На восходящей части траектории (AM) сила тяжести P направлена под тупым углом к вектору скорости движения тела. На этом участке траектории тело движется замедленно. Сила тяжести, действующая на тело, уменьшает его скорость по величине и изменяет ее по направлению. На нисходящей части траектории (MB) угол между силой тяжести и вектором скорости острый. Движение тела ускоренное. Сила тяжести тела увеличивает его скорость движения и меняет ее по направлению. В наивысшей точке траектории

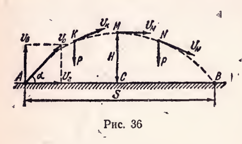


Рис. 36

(точка M) вектор скорости направлен горизонтально. Угол между силой тяжести и скоростью — прямой.

Рассмотрим движение тела на восходящей части траектории. Разложим начальную скорость бросания v_0 на вертикальную и горизонтальную составляющие: $v_в$ и $v_г$ соответственно. Тогда движение тела по параболе представим как сложное, состоящее из двух движений: равнозамедленного движения, направленного вертикально вверх, с начальной скоростью $v_в$ и ускорением g и равномерного в горизонтальном направлении со скоростью $v_г$. Эти движения независимы (принцип независимости движений). Пользуясь этим принципом, определим наибольшую высоту подъема тела:

$$H=\frac{v_в^2}{2g},$$

но $v_в=v_0 \sin \alpha$. Следовательно,

$$H=\frac{v_0^2 \sin^2 \alpha}{2g}.$$

Время подъема тела

$$t_1=\frac{v_в}{g}=\frac{v_0 \sin \alpha}{g}.$$

Таким же будет время падения тела на Землю.

Полное время t движения тела будет равно удвоенному значению t_1:

$$t=2t_1=\frac{2v_0 \sin \alpha}{g}.$$

В течение этого времени тело, двигаясь горизонтально, пройдет путь s, который найдем из уравнения равномерного движения:

$$s=v_г t=v_0 \cos \alpha \frac{2v_0 \sin \alpha}{g}=\frac{v_0^2}{g} \sin 2\alpha.$$

Из полученного выражения следует, что дальность полета s с увеличением угла бросания в пределах от 0 до 45° возрастает. При $\alpha=45°$ дальность полета наибольшая:

$$s_{max}=\frac{v_0^2}{g}.$$

При дальнейшем увеличении угла α $\left(до \frac{\pi}{2}\right)$ величина s снова уменьшается до нуля. Высота подъема при этом увеличивается от нуля до максимальной: $H_{max}=\frac{v_0^2}{2g}$. При наибольшей дально-

сти полета $s_{max}=\frac{v_0^2}{g}$ высота подъема $H=\frac{1}{4}\cdot\frac{v_0^2}{g}$, т. е. в четыре раза меньше.

Задача 33

Небольшой тяжелый шарик подвешен на нерастяжимой и невесомой нити, длина которой l. Шарик движется равномерно по окружности в горизонтальной плоскости (конический маятник), при этом нить отклоняется от вертикали на угол α. Найти время одного полного оборота шарика.

Условие: l;
α.
T — ?

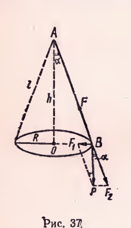


Рис. 37

Решение. На шарик действуют силы: тяжести P и натяжения нити F (рис. 37). Силу тяжести P разложим на две составляющие по направлению натянутой нити и радиуса окружности вращения: F_2 и F_1. Составляющая F_1 является центростремительной силой:

$$F_1=F_ц=\frac{P}{g}\cdot\frac{v^2}{R}.$$

Вдоль нити ускорение движения шарика равно нулю, следовательно,

$$F=F_2.$$

Время одного полного оборота шарика, т. е. период вращения, находим по формуле

$$T=\frac{2\pi R}{v}.$$

Для определения скорости движения v шарика по окружности радиуса R воспользуемся подобием треугольников AOB и BPF_2:

$$\frac{F_ц}{P}=\frac{R}{h} \quad \text{или} \quad \frac{v^2}{R^2}=\frac{g}{h},$$

откуда

$$v=R\sqrt{\frac{g}{h}}.$$

Подставив это выражение в формулу периода, получим

$$T=2\pi\sqrt{\frac{h}{g}}=2\pi\sqrt{\frac{l\cos\alpha}{g}}.$$

Задача 34

Определить силу давления летчика на сиденье самолета в верхней и нижней точках петли Нестерова, если масса летчика m, а радиус петли R. Скорость самолета считать постоянной и равной v.

Условие: m;
R;
v.
F_1 — ? F_2 — ?

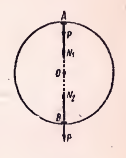


Рис. 38

Решение. В верхней точке (точка A) петли (рис. 38) сила тяжести $P=mg$ и сила реакции опоры N_1, действующие на летчика, направлены в одну сторону — вертикально вниз. Их результирующая $P+N_1$ и является центростремительной силой $F_ц$:

$$P+N_1=F_ц=\frac{mv^2}{R}.$$

Отсюда определим силу N_1, действующую на летчика со стороны сиденья:

$$N_1=mg\left(\frac{v^2}{gR}-1\right).$$

Сила давления F_1 летчика на сиденье по третьему закону Ньютона равна по величине силе N_1 и направлена в противоположную сторону. Следовательно, величина силы

$$F_1=mg\left(\frac{v^2}{gR}-1\right).$$

В нижней точке (точка B) петли сила тяжести $P=mg$ направлена вертикально вниз, а сила реакции сиденья (опоры) N_2 — вертикально вверх. Их результирующая N_2-P будет являться центростремительной силой $F_ц$, которая направлена по радиусу к центру окружности, т. е. вертикально вверх. Поэтому сила N_2 должна быть больше силы P:

$$N_2-P=F_ц=\frac{mv^2}{R},$$

откуда

$$N_2=mg\left(\frac{v^2}{gR}+1\right).$$

Силу давления F_2 летчика на сиденье найдем по третьему закону Ньютона:

$$F_2 = -N_2 = -mg\left(\frac{v^2}{gR} + 1\right).$$

Из выражения для силы N_1 или F_1 следует, что для того чтобы летчик в верхней точке петли не оторвался от сиденья, скорость самолета не должна быть меньше некоторого предельного значения v_{min}. Эту скорость можно определить из условия

$$N_1 = mg\left(\frac{v_{min}^2}{gR} - 1\right) = 0 \quad \text{или} \quad F_1 = 0,$$

т. е. летчик в точке A при скорости движения самолета $v = v_{min}$ не давит на сиденье (находится в состоянии невесомости). Это условие может выполняться при равенстве нулю выражения, стоящего в скобках:

$$\frac{v_{min}^2}{gR} - 1 = 0,$$

откуда

$$v_{min} = \pm\sqrt{gR}.$$

Знаки плюс и минус соответствуют двум возможным направлениям движения по петле: по часовой стрелке и против нее.

Задача 35

Небольшой тяжелый шарик подвешен на нерастяжимой и невесомой нити. Нить с шариком отклонена так, что занимает горизонтальное положение, и отпущена. При каком угле между нитью и вертикалью нить оборвется, если известно, что она выдерживает удвоенный вес покоящегося шарика? Трением и сопротивлением среды пренебречь.

Рис. 39

Условие: $T_{max} = 2P = 2mg$.
α — ?

Решение. При движении шарика по дуге BC (рис. 39) окружности радиуса l (нить нерастяжима) сила натяжения нити T будет увеличиваться. При достижении значения $T = T_{max} = 2P$ нить оборвется. В этот момент шарик находится в некоторой точке C. На него действуют сила тяжести P, равная весу покоящегося относительно Земли шарика, и сила натяжения нити T_{max}. Разложим силу тяжести $P = mg$ на составляющие F_1

и F_2 по направлению нити и направлению, перпендикулярному к ней. Центростремительной силой, действующей на шарик в этой точке, является результирующая сил T_{max} и F_1:

$$T_{max}-F_1=F_ц.$$

Так как

$$T_{max}=2mg,\ F_1=mg\cos\alpha,\ F_ц=\frac{mv_C^2}{l},$$

то

$$mg(2-\cos\alpha)=\frac{mv_C^2}{l}.$$

Скорость движения шарика в точке C определяем, пользуясь законом сохранения и превращения энергии. Уровень OO_1 начала отсчета потенциальной энергии выберем проходящим через точку C. Тогда полная механическая энергия шарика в исходном положении B

$$E_B=E_B^{(к)}+E_B^{(п)}=mgh,$$

а в положении C

$$E_C=E_C^{(к)}+E_C^{(п)}=\frac{mv_C^2}{2}.$$

Поскольку силы трения и другие силы сопротивления отсутствуют, полная механическая энергия шарика сохраняется:

$$E_B=E_C \quad \text{или} \quad mgh=\frac{mv_C^2}{2},$$

откуда

$$v_C^2=2gh.$$

Подставив это выражение в исходную формулу, получим

$$2-\cos\alpha=2\frac{h}{l}.$$

Из рис. 39 видно, что $\frac{h}{l}=\cos\alpha$. Следовательно, $\cos\alpha=\frac{2}{3}$, $\alpha\approx 48°$.

Задача 36

Тело начинает скользить без трения из наивысшей точки по поверхности неподвижного шара радиуса R. На какой высоте тело оторвется от поверхности шара? Сопротивление воздуха не учитывать.

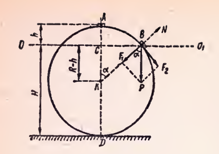


Рис. 40

Условие: R.

H — ?

Решение. Движение тела по поверхности шара на участке AB (рис. 40) происходит под действием силы тяжести P, направленной отвесно вниз, и силы нормальной реакции опоры N. В некоторой точке B тело оторвется от поверхности шара. Следовательно, в этой точке сила реакции опоры N, указанная на рисунке пунктиром, обратится в нуль. В этот момент центростремительной силой является одна из составляющих (F_1) силы тяжести тела P:

$$F_1 = F_{ц}.$$

Но

$$F_1 = mg\cos\alpha, \text{ а } F_{ц} = \frac{mv_B^2}{R}.$$

Следовательно,

$$mg\cos\alpha = \frac{mv_B^2}{R}.$$

Для определения скорости v_B тела в момент отрыва от поверхности шара (в точке B) воспользуемся законом сохранения и превращения энергии. Для этого выберем уровень OO_1 начала отсчета потенциальной энергии проходящим через точку B. Полная механическая энергия тела в начальном положении A

$$E_A = E_A^{(к)} + E_A^{(п)} = mgh,$$

в момент отрыва

$$E_B = E_B^{(к)} + E_B^{(п)} = \frac{mv_B^2}{2}.$$

Эти энергии равны (согласно закону сохранения и превращения энергии при отсутствии сил трения и других сил сопротивления):

$$E_A = E_B \quad \text{или} \quad mgh = \frac{mv_B^2}{2}.$$

Отсюда

$$v_B^2 = 2gh.$$

Подставив это выражение в исходную формулу, получим

$$\cos\alpha = \frac{2h}{R}.$$

Из рис. 40 видно, что

$$\cos\alpha=\frac{R-h}{R}=1-\frac{h}{R}.$$

Значит,

$$\frac{2h}{R}=1-\frac{h}{R},$$

откуда

$$h=\frac{R}{3},\ H=2R-h=\frac{5}{3}R.$$

Задача 37

На вращающемся горизонтальном столике на расстоянии R от оси вращения лежит небольшая шайба. Коэффициент трения покоя между шайбой и поверхностью столика k. При какой угловой скорости вращения шайба соскользнет со столика?

Условие: R;
k.

ω — ?

Решение. При небольших скоростях вращения столика центростремительной силой, удерживающей шайбу на окружности радиуса R, является сила трения покоя, максимальное значение которой определяется соотношением $F_{тр}=kmg$. Если эта сила не обеспечит необходимого центростремительного ускорения, то шайба соскользнет со столика, т. е. условие скольжения шайбы по столику можно записать в виде неравенства

$$F_{тр}\leqslant F_{ц}\quad \text{или}\quad kmg\leqslant m\omega^2R,$$

откуда

$$\omega\geqslant\pm\sqrt{\frac{kg}{R}}.$$

При этом вращение столика может происходить как по часовой стрелке, так и против часовой стрелки, чему соответствуют два корня квадратного уравнения, отличающиеся друг от друга только знаком.

Задача 38

С какой скоростью должен вращаться небольшой шарик внутри сферы радиуса R, чтобы он все время оставался в горизонтальной плоскости на высоте h от самой нижней точки сферы A (рис. 41)? Трение и сопротивление воздуха не учитывать.

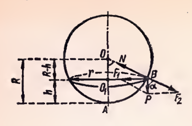


Рис. 41

Условие: R;
h.
$v - ?$

Решение. Шарик движется по окружности радиуса r под действием силы тяжести P и силы нормальной реакции опоры N. Разложим силу тяжести P на составляющие F_2 и F_1 по направлению радиуса сферы R и по направлению радиуса вращения r. В направлении радиуса сферы R ускорение шарика равно нулю, поэтому $N = F_2$. Составляющая F_1 силы тяжести является центростремительной силой

$$F_ц = \frac{mv^2}{r}.$$

Следовательно,

$$F_1 = F_ц = \frac{mv^2}{r}.$$

Но $F_1 = mg \operatorname{tg} \alpha$, а $r = R \sin \alpha$. Значит,

$$g \operatorname{tg} \alpha = \frac{v^2}{R \sin \alpha},$$

откуда

$$v = \pm \sin \alpha \sqrt{\frac{gR}{\cos \alpha}}.$$

Из рис. 41 видно, что

$$\cos \alpha = \frac{R-h}{R}, \quad \sin \alpha = \sqrt{\frac{h(2R-h)}{R}}.$$

Подставив эти значения в выражение для скорости v, получим

$$v = \pm \sqrt{\frac{gh(2R-h)}{R-h}}.$$

Знаки плюс и минус соответствуют вращению шарика в двух возможных направлениях: по часовой стрелке и против.

Правило наименований, как нетрудно проверить, выполняется.

Задача 39

С какой высоты должно начать соскальзывать небольшое тело по наклонному желобу, чтобы описать «мертвую петлю» радиуса R, не отрываясь от желоба в верхней точке? Силы сопротивления не учитывать.

Условие: R.

$H - ?$

Решение. В верхней точке петли (точка A, рис. 42) на тело действуют две силы: тяжести $P=mg$ и реакции опоры N. Обе направлены вдоль радиуса окружности R. Их равнодействующая

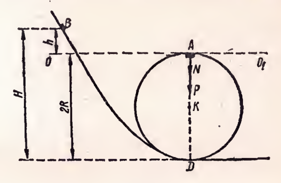


Рис. 42

$P+N$ является центростремительной силой $F_ц$, удерживающей тело на окружности:

$$F_ц=P+N.$$

Тело не оторвется от желоба в верхней точке при условии

$$F_ц \geqslant P \quad \text{или} \quad \frac{mv_A^2}{R} \geqslant mg.$$

Для определения скорости движения тела в точке A воспользуемся законом сохранения и превращения энергии. Уровень OO_1, проходящий через точку A, выберем начальным для отсчета потенциальной энергии. Тогда полная механическая энергия тела в начале движения (точка B)

$$E_B=E_B^{(к)}+E_B^{(п)}=mgh,$$

а в точке A

$$E_A=E_A^{(к)}+E_A^{(п)}=\frac{mv_A^2}{2}.$$

Трение и другие силы сопротивления отсутствуют, поэтому

$$E_B=E_A \quad \text{или} \quad mgh=\frac{mv_A^2}{2},$$

откуда

$$v_A^2 = 2gh.$$

Подставим это значение в исходное неравенство: $h > \frac{R}{2}$. Так как $H = 2R + h$, то $H \geqslant \frac{5}{2} R$.

Задача 40

Небольшое тело массой m соскальзывает без начальной скорости по наклонному желобу и далее движется по «мертвой петле». Определить силу давления тела на желоб в точке A, если радиус «мертвой петли» в два с половиной раза меньше высоты,

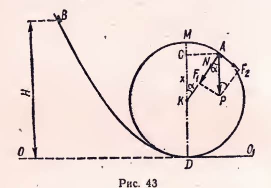


Рис. 43

с которой начало скользить тело, а угол MKA равен α (рис. 43). Трение и сопротивление воздуха не учитывать.

Условие: m;
$H = 2{,}5R$;
α.

F — ?

Решение. На тело в точке A (рис. 43) действуют силы: тяжести $P = mg$ и нормальной реакции желоба N. Силу P разложим на составляющие F_1 и F_2 по направлению радиуса петли AK и по направлению, перпендикулярному к этому радиусу. Результирующая $F_1 + N$ является центростремительной силой $F_ц$:

$$F_1 + N = F_ц.$$

Отсюда найдем силу N, действующую на тело со стороны желоба:

$$N = F_ц - F_1.$$

Но $F_ц = \frac{mv_A^2}{R}$, а $F_1 = P\cos\alpha = mg\cos\alpha$. Следовательно,

$$N = \frac{mv_A^2}{R} - mg\cos\alpha.$$

Скорость тела в точке A определяем, пользуясь законом сохранения и превращения энергии. В качестве уровня начала отсчета потенциальной энергии выберем, например, уровень OO_1, проходящий через нижнюю точку петли (точка D). Тогда запас полной механической энергии тела в начале движения (точка B)

$$E_B = E_B^{(к)} + E_B^{(п)} = mgH.$$

Полная механическая энергия тела в точке A

$$E_A = E_A^{(к)} + E_A^{(п)} = \frac{mv_A^2}{2} + mg(R+x),$$

где x — расстояние CK.

Поскольку сила трения и другие силы сопротивления отсутствуют, механическая энергия тела сохраняется:

$$E_B = E_A \quad \text{или} \quad mgH = \frac{mv_A^2}{2} + mg(R+x).$$

Учитывая, что $x = R\cos\alpha$, находим квадрат скорости v_A:

$$v_A^2 = 2g(H - R - R\cos\alpha) \quad \text{или} \quad v_A^2 = gR(3 - 2\cos\alpha),$$

так как $H = 2{,}5R$. Подставив это выражение в формулу, определяющую силу N, получим

$$N = 3mg(1 - \cos\alpha).$$

Сила давления F тела на желоб по третьему закону Ньютона равна по величине и противоположно направлена силе N:

$$F = -N = -3mg(1 - \cos\alpha).$$

Анализ полученного решения показывает, что сила давления F тела на желоб наибольшая при $\alpha = \pi$ (т. е. в нижней точке желоба — точке D) и равна $6mg$. В самой верхней точке петли — в точке M — угол $\alpha = 0$ и $F = 0$; тело, находясь только под действием силы тяжести, на опору (желоб) не давит, т. е. тело находится в состоянии невесомости. Следовательно, высота $H = 2{,}5R$ является наименьшей, при которой тело в верхней точке петли не оторвется от желоба. Этот вывод согласуется с решением предыдущей задачи.

Задача 41

Небольшое тело соскальзывает без начальной скорости по наклонному желобу, образующему «мертвую петлю» радиуса R. На какой высоте тело оторвется от желоба и до какой наибольшей высоты после этого поднимется, если оно начало движение

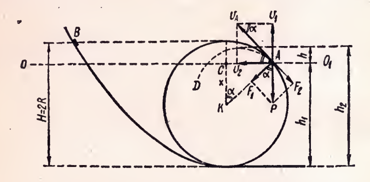


Рис. 44

с высоты, равной диаметру «мертвой петли»? Трением и сопротивлением воздуха пренебречь.

Условие: R;

$H=2R$.

h_1 — ? h_2 — ?

Решение. Поскольку тело начало движение с высоты $H=2R$, меньше предельной (см. предыдущую задачу), при которой оно может остаться на окружности радиуса R, то в некоторой точке A (рис. 44) тело от желоба оторвется и полетит дальше по кривой (параболе) AD. Высоту h_1, на которой произойдет отрыв, можно определить из рис. 44:

$$h_1=R+x,$$

где x — расстояние CK. Но $x=R\cos\alpha$, поэтому $h_1=R(1+\cos\alpha)$.

Для определения $\cos\alpha$ разложим силу тяжести тела $P=mg$ на составляющие F_1 и F_2 по направлению радиуса AK и направлению, перпендикулярному к нему.

В точке A сила реакции желоба, действующая на тело, равна нулю и составляющая F_1 силы тяжести тела P является центростремительной силой $F_ц$ в этой точке:

$$F_1=F_ц \quad \text{или} \quad mg\cos\alpha=\frac{mv_A^2}{R}.$$

Скорость тела v_A в момент отрыва от желоба определим, используя закон сохранения и превращения энергии:

$$E_B = E_A \quad \text{или} \quad mg(H-h_1) = \frac{mv_A^2}{2}.$$

(Начальный уровень отсчета потенциальной энергии OO_1 выбран проходящим через точку A.)

Отсюда

$$v_A^2 = 2g(H-h_1)$$

и, следовательно,

$$\cos\alpha = \frac{2(H-h_1)}{R} = \frac{2(2R-h_1)}{R}.$$

Подставив это значение в формулу для высоты h_1, получим

$$h_1 = \frac{5}{3}R.$$

Наибольшую высоту h_2 подъема тела после отрыва от желоба найдем как сумму двух высот:

$$h_2 = h_1 + h.$$

Для определения высоты h разложим вектор скорости v_A движения тела в точке A на вертикальную v_1 и горизонтальную v_2 составляющие. Пользуясь принципом независимости движений, можно движение тела в вертикальном направлении рассматривать независимо от других движений. Тогда на основании уравнения равнозамедленного движения можно записать:

$$h = \frac{v_1^2}{2g} = \frac{v_A^2\sin^2\alpha}{2g} = (H-h_1)\sin^2\alpha =$$

$$= \left(2R - \frac{5}{3}R\right)(1-\cos^2\alpha).$$

Подставив в эту формулу значение $\cos^2\alpha$, окончательно получим

$$h = \frac{5}{27}R, \quad h_2 = h_1 + h = \frac{50}{27}R.$$

Задача 42

Каким был бы период обращения искусственного спутника Земли по круговой орбите, если бы он был удален от поверхности Земли на расстояние, равное земному радиусу ($R = 6370$ км)?

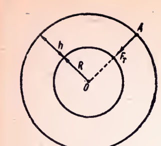


Рис. 45

Условие: $h = R = 6370$ км.

T — ?

Решение. Период обращения искусственного спутника Земли по круговой орбите

$$T = \frac{2\pi(R+h)}{v} = \frac{4\pi R}{v}.$$

Для определения скорости спутника v рассмотрим силы, действующие на него при полете по орбите. В любой точке, например в точке A (рис. 45), круговой орбиты на спутник действует только сила притяжения Земли $F_т$, являющаяся центростремительной силой $F_ц$:

$$F_т = F_ц \quad \text{или} \quad \gamma \frac{mM}{(R+h)^2} = \frac{mv^2}{R+h},$$

где γ — гравитационная постоянная; m — масса спутника; M — масса Земли.

Отсюда

$$v = \sqrt{\gamma \frac{M}{R+h}} = \sqrt{\gamma \frac{M}{2R}}.$$

Учитывая, что

$$\gamma \frac{mM}{R^2} = mg,$$

где g — ускорение силы тяжести на поверхности Земли, получаем

$$v = \sqrt{\frac{gR}{2}}.$$

Подставив это значение скорости в формулу периода, найдем, что

$$T = 4\pi \sqrt{\frac{2R}{g}} \approx 3 \text{ ч } 59 \text{ мин.}$$

Задача 43

Определить радиус круговой орбиты искусственного спутника Земли, если он, вращаясь в плоскости земного экватора с запада на восток, кажется с Земли неподвижным. Радиус Земли принять равным 6400 км.

Условие: $T=24$ ч $=86\,400$ с;
$R=6400$ км.
r — ?

Решение. В любой точке круговой орбиты, например в точке A (рис. 46), на спутник действует сила притяжения Земли $F_т$, которая является центростремительной силой $F_ц$:

$$F_т=F_ц \quad \text{или} \quad \gamma\frac{mM}{r^2}=\frac{mv^2}{r},$$

Рис. 46

где γ — гравитационная постоянная; m — масса спутника; M — масса Земли; v — линейная скорость спутника на орбите.

Скорость спутника $v=\frac{2\pi r}{T}$, где T — период обращения спутника, равный периоду вращения Земли вокруг своей оси. Следовательно,

$$\gamma\frac{mM}{r^2}=\frac{m\,4\pi^2r^2}{rT^2},$$

откуда

$$r=\sqrt[3]{\frac{\gamma MT^2}{4\pi^2}}.$$

Так как

$$\gamma\frac{mM}{R^2}=mg,$$

где g — ускорение силы тяжести на поверхности Земли, то

$$r=\sqrt[3]{\frac{gR^2T^2}{4\pi^2}}\approx 42\,400 \text{ км}.$$

Задача 44

На экваторе некоторой планеты, имеющей форму шара, покоящиеся относительно планеты тела весят вдвое меньше, чем на полюсе. Средняя плотность вещества этой планеты $\rho=3\cdot10^3$ кг/м³. Каков период обращения планеты вокруг своей оси?

Условие: $P_п=2P_{эк}$;
$\rho=3\cdot10^3$ кг/м³.
T — ?

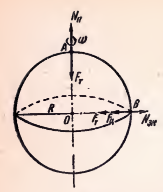


Рис. 47

Р е ш е н и е. Сила притяжения планетой любого тела массой m, находящегося в любой точке на поверхности этой планеты, одинакова (планету считаем однородной и имеющей форму шара) и равна:

$$F_т=\gamma\frac{mM}{R^2},$$

где γ — гравитационная постоянная; M — масса планеты; R — радиус планеты.

Вес P покоящегося относительно планеты тела (сила давления тела на опору) по третьему закону Ньютона будет равен по величине силе N реакции опоры, действующей на него. Следовательно,

$$\frac{P_п}{P_{эк}}=\frac{N_п}{N_{эк}}=2.$$

На полюсе планеты (точка A, рис. 47) на тело действуют две силы: тяготения $F_т$ и реакции опоры $N_п$. Ускорение движения тела при этом равно нулю, поэтому

$$F_т=N_п.$$

На экваторе планеты (точка B) тело движется равномерно по окружности радиуса R. Результирующая силы тяготения $F_т$ и силы реакции опоры $N_{эк}$ является центростремительной силой $F_ц$, направленной по радиусу планеты к ее центру (поэтому $F_т>N_{эк}$):

$$F_т-N_{эк}=F_ц \quad или \quad F_т-F_ц=N_{эк}.$$

Следовательно,

$$\frac{F_т}{F_т-F_ц}=\frac{N_п}{N_{эк}}=2,$$

откуда $F_т=2F_ц$. Но

$$F_т=\gamma\frac{mM}{R^2}=\gamma\frac{m}{R^2}\cdot\frac{4}{3}\pi R^3\rho,\quad F_ц=\frac{mv^2}{R}=\frac{m}{R}\cdot\frac{4\pi^2R^2}{T^2}.$$

Подставив эти выражения в предыдущую формулу и решив полученное уравнение относительно периода вращения T, получим

$$T=\sqrt{\frac{6\pi}{\gamma\rho}}\approx 2 \text{ ч } 42 \text{ мин}.$$

ТРЕТЬЯ РАБОТА

Колебания и волны. Гидро- и аэростатика. Молекулярная физика и теплота

Глава VI

КОЛЕБАНИЯ И ВОЛНЫ. ЗВУК

Программа

Примеры колебательных движений. Гармоническое колебание. Период и частота колебаний. Единица измерения частоты. Связь между периодом и частотой. Период колебаний математического маятника (без вывода). Резонанс. Поперечные и продольные волны. Скорость волны. Длина волны. Зависимость между длиной волны, ее скоростью распространения и частотой (или периодом). Звуковые волны. Скорость звука. Громкость, высота тона. Отражение звука.

ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ И ЗАКОНЫ

§ 17. КОЛЕБАТЕЛЬНОЕ ДВИЖЕНИЕ

1. Среди различных механических движений встречаются движения периодические, т. е. такие, которые полностью или частично повторяются через определенные промежутки времени. Периодическое движение, при котором тело (материальная точка) перемещается около положения равновесия, отклоняясь от него то в одну, то в другую сторону, называется колебательным. Величины, характеризующие движение (смещение, скорость, ускорение, сила и др.), при колебаниях с течением времени изменяются. Если эти изменения происходят по гармоническому закону, т. е. по закону синуса или косинуса, то соответствующие колебания называются гармоническими. Гармонические колебания совершаются под действием силы, пропорциональной смещению и направленной к положению равновесия. Примерами гармонических колебаний являются колебания, происходящие под действием сил упругости; малые колебания маятников, происходящие под действием силы тяжести.

Проекция материальной точки M на ось OX при равномерном вращении этой точки по окружности радиуса A также будет совершать гармонические колебания (рис. 48). Действительно, в любой момент времени смещение x проекции относительно

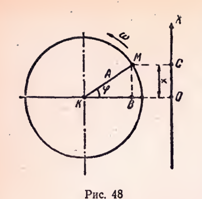


Рис. 48

точки O определяется соотношением

$$x = A \sin \varphi.$$

Исходя из определения угловой скорости $\omega = \frac{\varphi}{t} = \frac{2\pi}{T}$, находим, что

$$\varphi = \omega t = \frac{2\pi}{T} t,$$

где φ — угловое смещение (фаза колебаний); ω — угловая скорость (круговая или циклическая частота колебаний); T — период вращения (период колебаний).

Тогда уравнение для смещения при гармонических колебаниях точки запишется в виде

$$x = A \sin \omega t = A \sin \frac{2\pi}{T} t.$$

Если угол φ в момент начала отсчета движения не был равен нулю, а был равен какому-то значению φ_0 (начальная фаза колебаний), уравнение гармонических колебаний представится так:

$$x = A \sin(\varphi + \varphi_0) = A \sin\left(\frac{2\pi}{T} t + \varphi_0\right).$$

Графически зависимость смещения x от времени t изобразится синусоидой.

Гармоническое колебание характеризуется амплитудой, периодом, частотой, круговой частотой и фазой колебаний.

Амплитудой называется наибольшее отклонение колеблющейся точки от положения равновесия (величина A в уравнении колебаний).

Колебание, по истечении которого система возвращается в исходное состояние, называется полным колебанием. Число полных колебаний n, совершаемых в единицу времени t, называется частотой колебаний:

$$f = \frac{n}{t}.$$

Частота колебаний f измеряется в герцах (c^{-1}). Один герц — это частота такого колебания, при котором совершается одно полное колебание в одну секунду.

Периодом колебаний T называется время, в течение которого совершается одно полное колебание:

$$T = \frac{t}{n} = \frac{1}{f}.$$

Круговой частотой ω называется число полных колебаний, совершаемых в течение 2π секунд:

$$\omega = \frac{2\pi n}{t} = 2\pi f = \frac{2\pi}{T}.$$

Величина $\omega t + \varphi_0$, стоящая под знаком тригонометрической функции в уравнении колебательного движения, называется фазой колебаний. Фаза колебаний $\omega t + \varphi_0 = \frac{2\pi}{T} t + \varphi_0$ показывает, какая доля периода прошла от момента начала колебаний. Она характеризует значение изменяющейся величины в данный момент времени.

2. Материальная точка, подвешенная на тонкой нерастяжимой и невесомой нити, совершающая колебания под действием силы тяжести, называется математическим маятником. При малых амплитудах колебания математического маятника являются гармоническими с периодом колебания

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{a}},$$

где l — длина маятника; a — ускорение, сообщаемое грузу маятника силой натяжения нити.

В частном случае, когда точка подвеса маятника неподвижна и сила натяжения нити равна по величине силе тяжести груза маятника P, ускорение a численно равно ускорению силы тяжести g. В таком случае период колебаний математического маятника

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}}.$$

Если маятник приобретает некоторое дополнительное ускорение a_1, причиной этому является изменение силы натяжения нити. Если величина полного ускорения $\vec{a}$ при этом не будет равна величине ускорения $\vec{g}$, период колебаний маятника изменится (см. задачи 48, 49). Если величины a и g окажутся равными, период T останется прежним, изменится только положение равновесия, около которого маятник будет совершать колебания.

Период колебаний математического маятника не зависит от массы маятника и от величины амплитуды (только при малых амплитудах).

3. Различают свободные и вынужденные колебания. Свободные колебания возникают тогда, когда система, получив извне некоторый запас энергии (например, в результате кратковременного толчка), затем совершает колебания, будучи предоставлен-

ной самой себе. Амплитуда таких колебаний постепенно уменьшается, так как при этом совершается работа против сил трения, сопротивления среды и т. п. Такие колебания называются затухающими.

Если на колеблющуюся систему постоянно действует внешняя периодически изменяющаяся сила, то эта система будет совершать вынужденные колебания с частотой действующей внешней силы. При этом возможно явление механического резонанса, т. е. явление резкого увеличения амплитуды вынужденных колебаний системы. Резонанс возникает при условии, когда частота изменений внешней вынуждающей силы совпадает с частотой свободных (собственных) колебаний системы.

§ 18. ВОЛНОВОЕ ДВИЖЕНИЕ. ЗВУК

1. Колебательное движение частиц, возникшее в одном месте среды (твердой, жидкой или газообразной), передается в другие места в виде волн. Распространение колебаний обусловлено наличием сил взаимодействия между частицами среды. Для всякого волнового движения характерна периодичность как во времени, так и в пространстве.

Если колебания частиц среды происходят в направлении, перпендикулярном к направлению распространения волны, то такие волны называются поперечными. Если колебания частиц среды происходят в направлении распространения волны, то такие волны называются продольными. При прохождении продольных волн участки среды подвергаются попеременному сжатию и разрежению. Продольные упругие волны могут распространяться в твердых, жидких и газообразных средах.

В разных средах скорость распространения волн различна.

Наименьшее расстояние между частицами, фазы колебаний которых отличаются на 2π, называется длиной волны λ. За время, равное одному периоду колебаний, волна распространяется на расстояние, равное ее длине. Следовательно, скорость распространения волны

$$v=\frac{\lambda}{T}=\lambda f,$$

где T — период колебаний; f — частота колебаний.

2. Колебания с частотой, лежащей в пределах 20—20 000 Гц, могут восприниматься ухом человека как звук. Звуковые явления изучаются в разделе физики, называемом акустикой. Источниками звуковых волн (звуков) являются колеблющиеся твердые тела, жидкости и газы.

Скорость распространения звуковых волн, или скорость звука,

$$v=\frac{s}{t},$$

где s — расстояние от источника звука до его приемника (ухо); t — время, за которое звук проходит это расстояние.

Скорость распространения звуковых и других механических колебаний зависит от упругих свойств сред и их плотности.

На границе раздела двух сред, обладающих разными упругими свойствами, происходит отражение волн. Отражением звуковых волн объясняются такие явления, как эхо, раскаты грома, послезвучание в помещениях и др.

Звуковым колебаниям различной частоты соответствуют ощущения разной высоты тона. Чем больше частота колебаний, тем выше тон, и, наоборот, чем меньше частота колебаний, тем ниже тон.

Механические колебания, частоты которых лежат выше верхней границы слышимости, т. е. выше 20 000 Гц, называются ультразвуковыми колебаниями, или ультразвуками. В практической деятельности человека ультразвуки находят широкое применение для самых разнообразных целей.

Силой звука называется физическая величина, измеряемая количеством энергии, ежесекундно проходящей через площадку в 1 м^2 (1 см^2), перпендикулярную к направлению распространения звуковой волны. Силе звука соответствует ощущение громкости. Чем больше амплитуда колебаний, тем сильнее звук, чем меньше амплитуда, тем звук слабее. С изменением расстояния от источника звука в изотропной среде сила звука изменяется обратно пропорционально квадрату этого расстояния.

Человеческое ухо неодинаково чувствительно к звукам разных частот. Наиболее чувствительно оно к тонам, лежащим в пределах 1000—3000 Гц.

Вопросы для самоконтроля

1. Какое движение называется периодическим? Приведите примеры.

2. Какое движение называется колебательным? Приведите примеры.

3. Какие колебания называются гармоническими? Приведите примеры.

4. Что называется периодом и частотой колебания? Какая связь между этими величинами? Каковы единицы их измерения?

5. Что называется амплитудой колебаний?

6. Что называется фазой колебаний?

7. Что называется математическим маятником? Каковы законы колебаний математического маятника?

8. Как изменится период колебания математического маятника, если его точку подвеса двигать: а) вертикально вверх с ускорением a, б) вертикально вниз с ускорением a, в) горизонтально с ускорением a.

9. Как с помощью математического маятника можно определить ускорение силы тяжести?

10. Какие преобразования энергии происходят при колебаниях маятника?

11. Какие колебания называются свободными? вынужденными? Приведите примеры. Чем отличаются эти колебания друг от друга?

12. Что такое механический резонанс? Какое значение резонанса в технике? Приведите примеры.

13. Что представляет собой волновое движение? Приведите примеры.

14. Что характерно для волнового движения?

15. Какие волны называются поперечными? продольными? Приведите примеры.

16. В каких средах возможны поперечные волны и в каких — продольные?

17. Какими физическими величинами характеризуются волны? Какова связь между этими величинами?

18. Что такое звук? Что является источником звуковых колебаний? Приведите примеры.

19. Как распространяются звуки? Что такое звукопроводность?

20. От чего зависит скорость распространения звука в различных средах?

21. Как классифицируются звуки? Приведите примеры различных видов звуков.

22. От чего и как зависит высота тона?

23. Что называется силой звука? От чего она зависит?

24. Чем различаются сила и громкость звука?

25. Где и как используется отражение звуковых волн?

26. Что такое звуковой резонанс и где он применяется?

27. Что такое ультразвук? Приведите примеры использования ультразвуковых колебаний.

ПРИМЕРЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ

Задача 45

За какое время тело, совершающее гармонические колебания, проходит от равновесного положения путь, равный $^3/_4$ амплитуды колебаний? Период колебаний T.

Условие: T;

$$s=\frac{3}{4}A.$$

$$t-?$$

Решение. Путь s, пройденный телом при совершении гармонических колебаний за некоторый промежуток времени t и отсчитанный от положения равновесия, в пределах одной амплитуды равен смещению этого тела x, достигаемому к концу этого промежутка времени. Уравнение для смещения x при гармонических колебаниях, совершаемых телом, имеет вид

$$x=A\sin\frac{2\pi}{T}t,$$

где A — амплитуда колебаний.

Отсюда

$$\sin\frac{2\pi}{T}t=\frac{x}{A}=\frac{3}{4}.$$

Следовательно,

$$\frac{2\pi}{T}t\approx 0{,}27\pi, \quad t\approx 0{,}13T.$$

Задача 46

Каким был бы период колебаний секундного маятника при его перемещении с Земли на Луну, если сила тяготения на поверхности Луны в 6 раз меньше, чем на Земле?

Условие: $T_1 = 2$ с;

$$\frac{F_1}{F_2} = 6.$$

T_2 — ?

Решение. Поскольку маятник на поверхности Земли секундный, время его простого колебания (полное колебание равно двум простым) равно 1 с. Тогда время одного полного колебания (период) такого маятника на Земле

$$T_1 = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g_1}} = 2 \text{ с},$$

а на поверхности Луны

$$T_2 = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g_2}},$$

где l — длина маятника; g_1 — ускорение силы тяжести на Земле; g_2 — на Луне.

Следовательно,

$$\frac{T_2}{T_1} = \sqrt{\frac{g_1}{g_2}},$$

откуда

$$T_2 = \sqrt{\frac{g_1}{g_2}}\, T_1.$$

Но $\frac{g_1}{g_2} = \frac{F_1}{F_2}$. Значит,

$$T_2 = \sqrt{\frac{F_1}{F_2}}\, T_1 \approx 4{,}9 \text{ с}.$$

Задача 47

Математический маятник длиной l совершает малые незатухающие колебания с амплитудой A (рис. 49). Определить наибольшую скорость движения груза маятника.

Условие: $KB = KC = l$;

$BC = A.$

v_{max} — ?

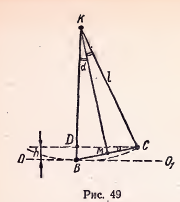


Рис. 49

Решение. Маятник, отклоненный в крайнее положение (точка C, рис. 49), обладает запасом потенциальной энергии $E_C^{(п)}=mgh$ (относительно уровня OO_1, проходящего через точку B положения равновесия). Поскольку колебания незатухающие, полная механическая энергия маятника сохраняется:

$$E_B=E_C \quad \text{или} \quad \frac{mv_B^2}{2}=mgh.$$

Отсюда следует, что наибольшая скорость груза маятника будет в точке B:

$$v_B=v_{\max}=\pm\sqrt{2gh}.$$

Знаки плюс и минус соответствуют двум возможным направлениям скорости слева направо или, наоборот, справа налево.

Высоту h можно выразить через длину маятника l и амплитуду колебаний A. Если колебания малые, движение маятника с большой степенью точности можно считать прямолинейным. Тогда амплитудой колебаний будет отрезок прямой BC (рис. 49). Из подобия треугольников BDC и KBM следует, что $\frac{h}{A}=\frac{A}{2l}$, откуда

$$h=\frac{A^2}{2l}.$$

Подставив это выражение в формулу скорости, получим

$$v_B=v_{\max}=\pm A\sqrt{\frac{g}{l}}.$$

Задача 48

В лифте находится математический маятник. Во сколько раз изменится период малых колебаний маятника при опускании лифта с ускорением $a_0=0{,}5g$?

Условие: $a_0=0{,}5g$.

$\frac{T_2}{T_1}$ — ?

Решение. На математический маятник действуют силы: тяжести $P=mg$ и натяжения нити N. Если точка подвеса маятника (лифт) относительно Земли покоится (рис. 50, *а*), то в поло-

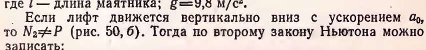
жении равновесия маятника (точка B) силы P и N_1 равны по величине:

$$N_1 = P = mg.$$

Следовательно, ускорение a_1, сообщаемое маятнику силой натяжения нити, численно равно g. Тогда период малых колебаний математического маятника

$$T_1 = 2\pi\sqrt{\frac{l}{a_1}} = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}},$$

Рис. 50



где l — длина маятника; $g = 9{,}8$ м/с^2.

Если лифт движется вертикально вниз с ускорением a_0, то $N_2 \neq P$ (рис. 50, *б*). Тогда по второму закону Ньютона можно записать:

$$P - N_2 = ma_0 \quad \text{или} \quad N_2 = m(g - a_0) = ma_2,$$

где m — масса маятника; a_2 — ускорение, сообщаемое маятнику силой натяжения нити N_2.

Следовательно, период колебаний маятника

$$T_2 = 2\pi\sqrt{\frac{l}{a_2}} = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g - a_0}}.$$

Тогда

$$\frac{T_2}{T_1} = \sqrt{\frac{g}{g - a_0}} = \sqrt{2} \approx 1{,}41.$$

Таким образом, период малых колебаний математического маятника увеличится в 1,41 раза.

Задача 49

Математический маятник длиной l совершает малые колебания в вагоне, движущемся со скоростью v на горизонтальном закруглении железнодорожного пути радиуса R. Определить период колебаний маятника.

Условие: l;
v;
R.
$T - ?$

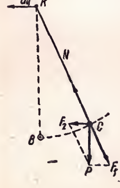


Рис. 51

Решение. При движении вагона на закруглении точка K подвеса маятника

движется с ускорением $a_ц$, направленным горизонтально (центростремительное ускорение). В этом случае положение равновесия маятника изменится (точка C, рис. 51). Около нового положения равновесия маятник будет совершать малые колебания с периодом T, который требуется определить в данной задаче.

Сила натяжения нити N численно равна составляющей F_1 силы тяжести P. Вторая составляющая F_2 является центростремительной силой, удерживающей маятник на окружности радиуса R во время движения вагона на закруглении. Следовательно,

$$F_2 = F_ц = \frac{mv^2}{R},$$

где m — масса маятника.

По теореме Пифагора

$$N = F_1 = \sqrt{P^2 + F_2^2} = m\frac{1}{R}\sqrt{g^2R^2 + v^4} = ma,$$

где $a = \frac{1}{R}\sqrt{g^2R^2+v^4}$ — ускорение, сообщаемое маятнику силой натяжения нити N.

Тогда период малых колебаний математического маятника

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{a}} = 2\pi\sqrt{\frac{lR}{\sqrt{g^2R^2+v^4}}}.$$

Как нетрудно убедиться, полученное выражение соответствует правилу размерностей.

Задача 50

Маятниковые часы, идущие точно на уровне моря, подняты на высоту $h = 1$ км. Сколько потребуется времени для того, чтобы по часам на этой высоте прошли одни сутки? Радиус Земли принять равным $R = 6400$ км.

Условие: $t_0 = 1$ сутки $= 86\,400$ с;
$h = 1$ км $= 10^3$ м;
$R = 6400$ км $= 64 \cdot 10^5$ м.

t — ?

Решение. Маятник часов на уровне моря за время t_0 (одни сутки) совершит $N = \frac{t_0}{T_0}$ колебаний, где $T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g_0}}$ — период колебания маятника; l — его длина; g_0 — ускорение силы тяжести на уровне моря.

Чтобы на высоте h совершить то же число колебаний N, т. е. показать одни сутки, маятнику потребуется времени

$$t = NT,$$

где $T=2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$ — период колебания маятника часов на высоте h; g — ускорение силы тяжести на этой высоте. Тогда искомое время

$$t=NT=\frac{T}{T_0}t_0=t_0\sqrt{\frac{g_0}{g}}.$$

Но

$$g_0=\gamma\frac{M}{R^2};\quad g=\gamma\frac{M}{(R+h)^2},$$

где γ — гравитационная постоянная; M — масса Земли; R — радиус земного шара.

Следовательно,

$$t=\frac{R+h}{R}t_0=86\,413{,}5\text{ с}=24\text{ ч }13{,}5\text{ с}.$$

Задача 51

На сколько отстанут за сутки маятниковые часы, идущие точно на уровне моря, если их поднять на высоту, равную радиусу Земли?

Условие: $t_0=1$ сутки$=86\,400$ с;
$h=R$.

Δt — ?

Решение. При перемещении маятниковых часов с одного уровня на другой изменяется период колебания маятника, так как ускорение силы тяжести зависит от высоты. Часы, идущие точно на одном уровне, будут уходить вперед (совершать за одно и то же время больше колебаний) или отставать (совершать за то же время меньше колебаний) в зависимости от того, опускают их или поднимают. По условию данной задачи часы переносят на более высокий уровень. При этом ускорение силы тяжести уменьшится, следовательно, период колебания маятника увеличится. На высоте h он за одно и то же время сделает меньше колебаний, поэтому часы отстанут.

Если за время t_0 (одни сутки) маятниковые часы на уровне моря сделают N_0 колебаний, то на высоте h — N колебаний ($N_0>N$). При этом $t_0=N_0T_0$ и $t_0=NT$, а значит, $\frac{N}{N_0}=\frac{T_0}{T}$, где $T_0=2\pi\sqrt{\frac{l}{g_0}}$ и $T=2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$ — периоды колебаний маятника; g_0 и g — ускорения силы тяжести на уровне моря и на высоте h соответственно.

Время, показываемое маятниковыми часами, пропорционально числу колебаний маятника. Следовательно,

$$\frac{t_0}{t}=\frac{N_0}{N},\quad t=\frac{N}{N_0}t_0,$$

где t_0 — точное показание часов на уровне моря; t — показание тех же часов на высоте h по истечении суток.

Тогда отставание часов

$$\Delta t=t_0-t=t_0\left(1-\frac{N}{N_0}\right)=t_0\left(1-\frac{T_0}{T}\right)=t_0\left(1-\sqrt{\frac{g}{g_0}}\right).$$

Но $\frac{g}{g_0}=\frac{R^2}{(R+h)^2}$ (см. предыдущую задачу). Следовательно,

$$\Delta t=\frac{h}{R+h}t_0=\frac{1}{2}t_0=43\,200\text{ с}=12\text{ ч},$$

т. е. за сутки часы отстанут на 12 ч.

Задача 52

Поперечная волна распространяется вдоль натянутого шнура со скоростью 1,8 м/с при частоте, равной 3 Гц. Чему равна разность фаз колебаний двух точек, отстоящих друг от друга на расстоянии, равном 0,2 м?

Условие: $v=1{,}8$ м/с;
$f=3$ Гц;
$l=0{,}2$ м.
$\Delta\varphi$ — ?

Решение. Разность фаз колебаний двух точек шнура, отстоящих друг от друга на расстоянии, равном длине волны λ, равна 2π. Разность фаз $\Delta\varphi$ колебаний двух точек шнура, находящихся друг от друга на произвольном расстоянии l,

$$\Delta\varphi=2\pi\frac{l}{\lambda}.$$

Длину волны λ определяем, зная частоту колебаний f и скорость распространения волны v:

$$\lambda=vT=\frac{v}{f}.$$

Подставляя это выражение в исходную формулу, получаем

$$\Delta\varphi=2\pi\frac{lf}{v}=\frac{2}{3}\pi.$$

Глава VII

ГИДРО- И АЭРОСТАТИКА

Программа

Давление. Единица давления. Закон Паскаля для жидкостей и газов. Принцип устройства гидравлического пресса. Давление жидкости на дно и стенки сосуда при действии на нее силы тяжести. Сообщающиеся сосуды. Давление атмосферы. Опыт Торричелли. Нормальное атмосферное давление. Внесистемная единица давления — миллиметр ртутного столба. Ртутный и металлический барометры. Архимедова сила для жидкостей и газов.

ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ И ЗАКОНЫ

§ 19. ДАВЛЕНИЕ. ЗАКОН ПАСКАЛЯ. ДАВЛЕНИЕ АТМОСФЕРЫ

1. Давлением называется физическая величина, измеряемая силой, равномерно действующей на единицу площади поверхности, ориентированной перпендикулярно к этой силе:

$$p=\frac{F}{S}.$$

Если сила F не перпендикулярна к площадке S, берется нормальная составляющая этой силы.

Силы давления, действующие со стороны покоящихся жидкостей или газов на любой участок поверхности твердого тела, всегда перпендикулярны к поверхности (в силу их большой подвижности).

Не следует смешивать давление p и силу давления F. Давление — величина скалярная.

Давление, создаваемое покоящейся жидкостью или газом и вызванное их весом, называется статическим давлением. Статическое давление в данном месте жидкости или газа постоянно и не зависит от ориентации площадки, на которой оно измеряется.

Для случая идеальной несжимаемой однородной жидкости гидростатическое давление p на глубине h определяется формулой

$$p=\rho gh,$$

где ρ — плотность жидкости; g — ускорение силы тяжести.

Это давление не зависит от формы сосуда, в котором содержится жидкость. Для одной и той же жидкости оно полностью определяется высотой вышележащего столба h. График зависимости (рис. 52) гидростатического давления p от глубины h в одной и той же жидкости одинаков для сосудов любой формы.

Жидкости или газы, заключенные в замкнутый сосуд, передают производимое на них давление по всем направлениям одинаково (закон Паскаля). Из этого закона следует:

1) полное давление в любой точке жидкости (или газа) складывается из давления p_0 на ее поверхность и статического давления столба жидкости (или газа), находящегося над этой точкой:

$$p=p_0+\rho gh;$$

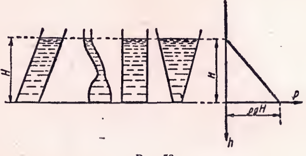


Рис. 52

2) при равновесии жидкости давление на поверхности одного уровня внутри жидкости во всех точках этой поверхности одинаково.

Отсюда в свою очередь следует, что в сообщающихся сосудах различные жидкости устанавливаются таким образом, что высоты столбов над уровнем раздела обратно пропорциональны плотностям этих жидкостей. Действительно, если в сообщающиеся сосуды (рис. 53) налиты две несмешивающиеся жидкости с плотностями ρ_1 и ρ_2, то при равновесии давления на уровне раздела CO_1 в обоих сосудах равны:

$$p_1=p_2,$$

где $p_1=p_0+\rho_1 gh_1$; $p_2=p_0+\rho_2 gh_2$; p_0 — внешнее давление на открытую поверхность жидкостей (например, атмосферное).

Рис. 53

Следовательно,

$$\frac{h_1}{h_2}=\frac{\rho_2}{\rho_1}.$$

Если $\rho_1=\rho_2$, то $h_1=h_2$ (уровень OO_1 можно взять на уровне дна сосудов), т. е. высоты столбов однородной жидкости в сообщающихся сосудах будут одинаковы.

Этот закон сообщающихся сосудов широко используется в самых разнообразных устройствах, например в водомерных стеклах паровых котлов, в шлюзах и т. п.

Зная величину давления и площадь поверхности, можно найти силу давления на эту поверхность:

$$F = pS.$$

Так, сила гидростатического давления жидкости на дно сосуда будет определяться площадью дна сосуда S и давления p у дна:

$$F = \rho g h S,$$

где h — высота столба жидкости в сосуде; ρ — плотность жидкости.

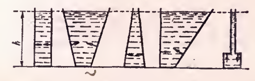


Рис. 54

Эта сила так же, как и гидростатическое давление p, не зависит от формы сосуда. Если площади дна различных сосудов одинаковы и в них налита одна и та же жидкость до одинакового уровня (рис. 54), то и сила давления на дно во всех сосудах будет одна и та же. Эта сила может быть равна, больше или меньше веса налитой в сосуд жидкости (в разных сосудах он разный). Объясняется это тем, что на жидкость в сосуде действует не только дно, но и стенки сосуда. В расширяющихся кверху сосудах силы, с которыми стенки действуют на жидкость, имеют проекции, направленные вверх. Следовательно, часть веса жидкости уравновешивается силами давления стенок и только часть должна быть уравновешена силами давления со стороны дна. Таким образом, в расширяющихся кверху сосудах сила давления на дно меньше веса налитой в сосуд жидкости. Наоборот, в суживающихся кверху сосудах стенки действуют на жидкость вниз. Поэтому сила давления на дно оказывается больше веса жидкости. В сосудах с вертикальными стенками сила давления на дно равна весу налитой в них жидкости.

2. Воздушная атмосфера, окружающая Землю, давит на ее поверхность. Это давление обусловлено весом воздуха. Для определения атмосферного давления необходимо найти вес воздушного столба, приходящегося на единицу площади, например на 1 см² поверхности Земли. Вес этого столба воздуха уравновешивается весом столба ртути высотой 76 см, площадью поперечного сечения в 1 см² при 0° С (опыт Торричелли). Следовательно, атмосферное давление равно гидростатическому давлению указанного столба ртути:

$$p_{атм} = \rho_{рт} g h \approx 13{,}59 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3 \cdot 9{,}807 \text{ м/с}^2 \cdot 0{,}7600 \text{ м} \approx$$
$$\approx 1{,}013 \cdot 10^5 \text{ Н/м}^2.$$

Такое давление называется нормальным.

В системе СГС единицей давления является 1 дн/см²:

$$p=\frac{F}{S}=\frac{1\ \text{дн}}{1\ \text{см}^2}=1\ \text{дн/см}^2.$$

В системе СИ давление измеряется в паскалях:

$$p=\frac{F}{S}=\frac{1\ \text{Н}}{1\ \text{м}^2}=1\ \text{Н/м}^2=1\ \text{Па}.$$

1 паскаль (1 Па) — давление, оказываемое силой в 1 ньютон, равномерно распределенной на перпендикулярной поверхности площадью в 1 квадратный метр:

$$1\ \text{Па}=1\ \frac{\text{Н}}{\text{м}^2}=\frac{10^5\ \text{дн}}{10^4\ \text{см}^2}=10\ \text{дн/см}^2.$$

Следовательно, нормальное атмосферное давление равно: $1{,}013\cdot10^5$ Па$=1{,}013\cdot10^6$ дн/см².

Атмосферное давление измеряется барометрами. Барометры могут быть ртутными и металлическими.

§ 20. ЗАКОН АРХИМЕДА

На поверхность твердого тела, погруженного в жидкость (или газ), действуют силы давления. Так как давление увеличивается с глубиной погружения, то сила давления, действующая на нижнюю поверхность тела и направленная вверх, будет больше, чем сила, действующая на верхнюю его поверхность и направленная вниз. Поэтому результирующая сил давления должна быть направлена вверх, т. е. на тело, погруженное полностью или частично в жидкость (в газ), должна действовать выталкивающая сила. Опыты подтверждают это предположение.

На тело, погруженное в жидкость или газ, действует выталкивающая сила, равная весу жидкости или газа в объеме погруженной части тела, направленная вертикально вверх и приложенная в центре тяжести этого объема жидкости или газа (закон Архимеда).

На погруженное в жидкость (газ) и предоставленное самому себе тело действуют только две силы — сила тяжести и выталкивающая сила. Тогда поведение тела определяется соотношением этих сил. Если выталкивающая сила меньше силы тяжести, тело тонет (опускается на дно); если выталкивающая сила больше силы тяжести, тело всплывает; если же выталкивающая сила равна силе тяжести тела, оно плавает (находится в безразличном равновесии) в том месте внутри жидкости или газа, в которое это тело помещено.

Иногда тело, сила тяжести которого меньше веса жидкости в объеме тела, может лежать на дне сосуда, заполненного этой жидкостью, не всплывая на ее поверхность. Это возможно тогда, когда жидкость не проникает между телом и дном сосуда и, следовательно, на нижнюю поверхность тела не действует сила давления жидкости. Сила же давления жидкости на верхнюю поверхность тела прижимает его ко дну. Если тело немного приподнять, жидкость проникнет под его нижнюю поверхность, возникнет выталкивающая сила и тело всплывет.

Вопросы для самоконтроля

1. Что называется давлением? Каковы единицы измерения давления? Какая связь между этими единицами?
2. Что такое статическое давление и как оно определяется?
3. Какова была бы высота водяного столба, если бы в опыте Торричелли ртуть заменить водой?
4. Сформулируйте закон Паскаля. Поясните примерами.
5. Объясните принцип работы гидравлического пресса.
6. Как определяется давление жидкости на дно и стенки сосуда?
7. Как определяется сила давления жидкости на дно сосуда? В каких случаях эта сила больше веса жидкости, налитой в сосуд? меньше веса этой жидкости? равна ее весу?
8. Какие сосуды называются сообщающимися? Где они применяются?
9. Как располагается в сообщающихся сосудах однородная жидкость? неоднородные жидкости?
10. Сформулируйте закон Архимеда. Поясните примерами.
11. При каком условии тело, погруженное в жидкость или газ и предоставленное самому себе, всплывает? тонет? плавает внутри жидкости или газа?
12. Где и как используется закон Архимеда?
13. При каком условии тело, лежащее на дне сосуда, заполненного жидкостью, не всплывает на ее поверхность, несмотря на то, что плотность жидкости больше, чем плотность материала, из которого сделано это тело?

ПРИМЕРЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ

Задача 53

На какой глубине в пресной воде давление в два раза больше атмосферного, которое равно $1 \cdot 10^5$ Па?

Условие: $p = 2p_{атм}$;

$p_{атм} = 1 \cdot 10^5$ Па.

h — ?

Рис. 55

Решение. Давление p в воде на глубине h (рис. 55) равно сумме атмосферного давления $p_{атм}$, которое по закону Паскаля передается водой, и гидростатического давления столба воды высотой h:

$$p = p_{атм} + \rho g h,$$

где ρ — плотность воды.

Это же давление по условию задачи равно $2p_{атм}$, следовательно, гидростатическое давление

$$\rho g h = p_{атм}.$$

Тогда

$$h = \frac{p_{атм}}{\rho g} \approx 10{,}3 \text{ м}.$$

Задача 54

В сообщающиеся сосуды (рис. 56) налита ртуть, а поверх нее в один сосуд налит столб воды высотой 0,8 м, в другой — столб

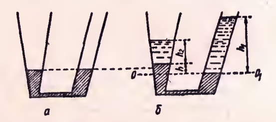


Рис. 56

керосина высотой 0,2 м. Определить разность уровней ртути в сосудах.

Условие: $h_1 = 0{,}8$ м;
$h_2 = 0{,}2$ м.
h — ?

Решение. Ртуть в сообщающихся сосудах установится на одинаковом уровне (рис. 56, *а*). При доливании в правый сосуд воды, а в левый — керосина уровень ртути опустится в правом колене и поднимется в левом (рис. 56, *б*). Разность уровней ртути в сосудах станет h.

Ниже уровня раздела жидкостей OO_1 находится только ртуть. Давление на этом уровне при равновесии жидкостей в обоих сосудах одинаково и по закону Паскаля в левом сосуде складывается из атмосферного давления $p_{атм}$, гидростатического давления столба керосина $p_2 = \rho_2 g h_2$ и гидростатического давления столба ртути $p_0 = \rho_0 g h$, где ρ_2 — плотность керосина, ρ_0 — плотность ртути.

Давление в правом сосуде на уровне OO_1 равно сумме атмосферного давления $p_{атм}$ и гидростатического давления столба воды $p_1 = \rho_1 g h_1$ (ρ_1 — плотность воды). Тогда

$$p_{атм} + \rho_2 g h_2 + \rho_0 g h_0 = p_{атм} + \rho_1 g h_1,$$

откуда

$$h=\frac{\rho_1 h_1-\rho_2 h_2}{\rho_0}\approx 4{,}7 \text{ см.}$$

Задача 55

Три ведра одинакового объема и одинаковой высоты (рис. 57) заполнены водой, вес которой P. Найти силы гидростатического давления на дно каждого ведра, если $R:R_1=1:2$.

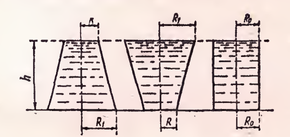


Рис. 57

Условие: $V_1=V_2=V_3=V$;
$h_1=h_2=h_3=h$;
P;
$R:R_1=1:2$.
F_1 — ? F_2 — ? F_3 — ?

Решение. Обозначим высоту столба жидкости в ведрах h, радиус дна цилиндрического ведра — R_0. Гидростатическое давление p на глубине h, т. е. на уровне дна каждого ведра, будет одинаково:

$$p=\rho g h,$$

где ρ — плотность воды.

Площади дна каждого ведра равны соответственно:

$$S_1=\pi R_1^2=4\pi R^2,\ S_2=\pi R^2,\ S_0=\pi R_0^2,$$

а силы гидростатического давления:

$$F_1=pS_1=4\pi\rho g h R^2,\ F_2=pS_2=\pi\rho g h R^2,$$
$$F_3=pS_0=\pi\rho g h R_0^2=\rho g V=P,$$

где V — объем ведра.

Учитывая, что объем конического ведра (усеченный конус)

$$V=\frac{1}{3}\pi h(R^2+R_1^2+RR_1)=\frac{7}{3}\pi hR^2,$$

получаем:

$$F_1=\frac{12}{7}dV=\frac{12}{7}P,\quad F_2=\frac{3}{7}dV=\frac{3}{7}P.$$

Таким образом, сила гидростатического давления на дно первого ведра больше, второго — меньше, а третьего — равна весу воды P.

Задача 56

Аквариум, имеющий форму прямоугольного параллелепипеда, заполнен водой. С какой силой вода давит на стенку аквариума, если ее длина 0,8 м, а высота 0,5 м?

Условие: $l=0{,}8$ м;
$h=0{,}5$ м.
F — ?

Решение. Площадь стенки $S=lh$. Гидростатическое давление воды на эту стенку равномерно изменяется от нуля на поверхности воды до давления $p=\rho gh$ у дна аквариума (ρ — плотность воды, h — высота водяного столба), Силу давления, действующую на всю стенку аквариума, найдем по формуле

$$F=p_{ср}S,$$

где $p_{ср}=\frac{p}{2}=\frac{\rho gh}{2}$ — среднее давление.

Тогда

$$F=\frac{1}{2}\rho glh^2\approx 980 \text{ Н}.$$

Задача 57

Кусок стекла весит в воздухе 2,01 Н, в воде его кажущийся вес оказался равным 1,21 Н. Какова плотность стекла? Выталкивающей силой воздуха пренебречь.

Условие: $P=2{,}01$ Н;
$P_1=1{,}21$ Н.
ρ — ?

Решение. На кусок стекла, полностью погруженный в воду, по закону Архимеда действует выталкивающая сила F, равная весу воды в объеме этого куска. С другой стороны, эта же сила

равна разности истинного веса стекла P и кажущегося его веса в воде P_1:

$$F=P-P_1=\rho_0 gV,$$

где V — объем куска стекла; ρ_0 — плотность воды.

Отсюда

$$V=\frac{P-P_1}{\rho_0 g}.$$

Плотность стекла

$$\rho=\frac{P}{Vg}=\frac{P}{P-P_1}\rho_0=2{,}5\cdot 10^3 \text{ кг/м}^3.$$

Задача 58

Кусок железа весом 0,115 Н, связанный с куском пробки, вес которой 0,012 Н, вместе с пробкой полностью погружен на нити в воду. Определить плотность и объем пробки, если сила натяжения нити 0,063 Н. Выталкивающей силой воздуха пренебречь.

Условие: $P_1=0{,}115$ Н;
$P_2=0{,}012$ Н;
$P=0{,}063$ Н.

ρ_2 — ? V_2 — ?

Решение. На систему тел действуют силы тяжести железа P_1 и пробки P_2, направленные вертикально вниз, сила натяжения нити P и выталкивающая сила F, направленные вертикально вверх. Из условия равновесия тел следует, что

$$P_1+P_2=F+P.$$

Выталкивающая сила, действующая на пробку и железо, по закону Архимеда равна весу воды в объеме этих тел:

$$F=(V_1+V_2)\rho_0 g,$$

где V_1 и V_2 — объем железа и пробки соответственно; ρ_0 — плотность воды.

Но

$$V_1=\frac{P_1}{\rho_1 g},\quad V_2=\frac{P_2}{\rho_2 g},$$

где ρ_1 и ρ_2 — плотности железа и пробки соответственно.

Следовательно,

$$F=\left(\frac{P_1}{\rho_1}+\frac{P_2}{\rho_2}\right)\rho_0.$$

Подставив эти значения в исходную формулу, получим

$$\rho_2 = \frac{\rho_0 \rho_1 g P_2}{(P_1+P_2-P)\rho_1 - P_1\rho_0} = 0{,}24 \text{ г/см}^3.$$

Объем пробки

$$V_2 = \frac{P_2}{\rho_2 g} = \frac{(P_1+P_2-P)\rho_1 - P_1\rho_0}{\rho_0\rho_1 g} = 5\cdot 10^{-6} \text{ м}^3.$$

Задача 59

Кусок никеля с полостью внутри весит в воздухе 2,59 Н. Кажущийся вес этого куска в воде 2,17 Н. Определить объем полости. Выталкивающей силой воздуха пренебречь.

Условие: $P_1 = 2{,}59$ Н;
$P_2 = 2{,}17$ Н.
V_0 — ?

Решение. Выталкивающая сила $F = P_1 - P_2$, действующая на кусок никеля со стороны воды, по закону Архимеда равна весу воды в объеме этого куска:

$$P_1 - P_2 = V\rho_0 g,$$

где V — объем куска никеля вместе с полостью, ρ_0 — плотность воды.

Отсюда

$$V = \frac{P_1 - P_2}{\rho_0 g}.$$

Этот же объем равен сумме объема металла V_1 и объема полости V_0:

$$V = V_1 + V_0.$$

Тогда объем полости

$$V_0 = V - V_1 = \frac{P_1 - P_2}{\rho_0 g} - V_1.$$

Но объем металла

$$V_1 = \frac{P_1}{\rho_1 g},$$

где ρ_1 — плотность никеля.

Поэтому

$$V_0 = \frac{P_1 - P_2}{\rho_0 g} - \frac{P_1}{\rho_1 g} = 13 \text{ см}^3.$$

Задача 60

Кусок металла, представляющий собой сплав золота и серебра, весит в воздухе 0,309 Н. Кажущийся вес этого сплава в воде равен 0,289 Н. Определить процентное (по весу) содержание золота и серебра в сплаве. Выталкивающей силой воздуха пренебречь.

Условие: $P_1 = 0{,}309$ Н; $P_2 = 0{,}289$ Н.

$\frac{P_з}{P_1}$ — ? $\frac{P_с}{P_1}$ — ?

Решение. По закону Архимеда выталкивающая сила $F = P_1 - P_2$, действующая на кусок металла со стороны воды, равна весу воды в объеме этого куска:

$$P_1 - P_2 = V\rho_0 g,$$

где V — объем куска металла, ρ_0 — плотность воды.

Объем сплава V равен сумме объемов серебра $V_с$ и золота $V_з$:

$$V = V_с + V_з = \frac{P_с}{\rho_с g} + \frac{P_з}{\rho_з g},$$

где $P_с$ и $P_з$ — вес серебра и золота соответственно; $\rho_с$ и $\rho_з$ — их плотности.

Тогда

$$P_1 - P_2 = \left(\frac{P_с}{\rho_с} - \frac{P_з}{\rho_з}\right)\rho_0.$$

Из этого уравнения, учитывая, что $P_с + P_з = P$, получаем

$$\frac{P_з}{P_1} = \frac{\rho_з\rho_с}{\rho_з - \rho_с}\left(\frac{1}{\rho_с} - \frac{1}{\rho_з}\cdot\frac{P_1 - P_2}{P_1}\right) \approx 73\%;$$

$$\frac{P_с}{P_1} \approx 27\%.$$

Задача 61

Аэростат объемом 2500 м³ содержит перед подъемом 2000 м³ водорода. Вес всего оборудования вместе с командой $2{,}7 \cdot 10^4$ Н. Определить ускорение, с которым начнет подниматься аэростат.

Условие: $V = 2500$ м³; $V_1 = 2000$ м³; $P = 2{,}7 \cdot 10^4$ Н.

a — ?

Решение. На аэростат действуют: сила тяжести $P+P_1$, где $P_1=V_1\rho_1 g$ — вес водорода, и выталкивающая сила $F_в$, равная весу воздуха в объеме аэростата (по закону Архимеда):

$$F_в=V\rho_0 g,$$

где ρ_0 — плотность воздуха; V — объем аэростата.

Равнодействующая этих сил $F=F_в-P-P_1=ma$ (по второму закону Ньютона), где $m=\frac{P+P_1}{g}$ — масса аэростата; a — искомое ускорение:

$$a=\frac{F_в-P-P_1}{P+P_1}g.$$

Подставив в эту формулу выражения для P_1 и $F_в$, получим:

$$a=\left(\frac{V\rho_0 g}{P+V_1\rho_1 g}-1\right)g\approx 1 \text{ м/с}^2.$$

Глава VIII
МОЛЕКУЛЯРНАЯ ФИЗИКА И ТЕПЛОТА

Программа

Основные положения молекулярно-кинетической теории, ее опытное обоснование. Броуновское движение. Диффузия в газах, жидкостях, твердых телах. Движение молекул газов, жидкостей и твердых тел. Взаимодействие молекул. Законы Бойля — Мариотта, Гей-Люссака, Шарля. Графики этих законов. Понятие об абсолютном нуле температуры. Абсолютная температурная шкала. Уравнение состояния идеального газа. Количество теплоты. Единица измерения. Удельная теплоемкость вещества. Формула подсчета количества теплоты, необходимой для нагревания тела. Внутренняя энергия. Закон сохранения энергии в тепловых процессах (первый закон термодинамики). Тепловые двигатели. Физические основы их работы. Пути повышения к. п. д. Плавление. Удельная теплота плавления. Парообразование. Удельная теплота парообразования. Испарение. Кипение. Зависимость температуры кипения от давления. Абсолютная и относительная влажность.

ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ И ЗАКОНЫ

§ 21. ОСНОВЫ МОЛЕКУЛЯРНО-КИНЕТИЧЕСКОЙ ТЕОРИИ СТРОЕНИЯ ВЕЩЕСТВА

Основные положения молекулярно-кинетической теории, одним из основателей которой является великий русский ученый М. В. Ломоносов, заключаются в следующем.

1. Все тела состоят из очень большого числа атомов и молекул, находящихся в состоянии непрерывного хаотического движения.

2. Между атомами и молекулами действуют силы взаимного притяжеиия и отталкиваиия.

3. Средняя величина кинетической энергии хаотически движущихся атомов или молекул определяет температуру тела. Чем больше эта энергия, тем выше температура тела, и, иаоборот, чем меньше средняя кииетическая эиергия беспорядочного движения молекул тела, тем ниже его температура.

Все эти основиые положения теории подтверждаются миогочислениыми опытами (диффузия, броуновское движение и др.).

В одном грамм-моле (моле) любого вещества содержится одииаковое число молекул $N_A = 6{,}023 \cdot 10^{23}$ моль$^{-1}$ (число Авогадро). Зная массу μ одного моля, т. е. количество вещества, масса которого в граммах численио равиа его молекулярной массе (молекулярному весу), можно определить массу одной молекулы m:

$$m = \frac{\mu}{N_A}.$$

§ 22. ТЕПЛОВОЕ РАСШИРЕНИЕ ТЕЛ

Мерой теплового состояния тела (мерой средней кинетической энергии беспорядочного движения молекул тела) служит температура. При изменении температуры тела его размеры изменяются: для большинства веществ при нагреваиии увеличиваются, при охлаждении уменьшаются. Различные вещества при нагревании расширяются неодинаково. Количественной мерой изменения линейных размеров твердых тел при изменении их температуры служит коэффициент линейного расширения:

$$\beta = \frac{\Delta l}{l_0 \Delta t} = \frac{l_t - l_0}{l_0 (t - t_0)} = \frac{l_t - l_0}{l_0 t},$$

где l_t — линейиый размер, например длииа, тела при температуре t; l_0 — при температуре $t_0 = 0°$ С.

Из этой формулы следует, что коэффициент линейного расширения численно равен удлинеиию каждой единицы длииы тела при нагревании его от 0 до 1° С. Тогда длина тела l_t при любой температуре t

$$l_t = l_0 (1 + \beta t).$$

Объемное расширение твердых тел, жидкостей и газов характеризуется коэффициентом объемного расширения α, численио равиым изменеиию объема каждой единицы объема тела при 0° С при его нагревании на 1 К:

$$\alpha = \frac{\Delta V}{V_0 \Delta t} = \frac{V_t - V_0}{V_0 (t - t_0)} = \frac{V_t - V_0}{V_0 t},$$

где V_t — объем тела при температуре t; V_0 — при температуре $t_0=0° C$.

Отсюда объем тела при любой температуре t

$$V_t = V_0(1+\alpha t).$$

Коэффициеит объемиого расширения твердого тела приблизительио равен утроеиному коэффициеиту лииейиого расширеиия ($\alpha \approx 3\beta$).

§ 23. СВОЙСТВА ГАЗОВ

1. Всякий газ оказывает давление иа стеики сосуда, в котором он находится. Это давлеиие объясияется ударами движущихся молекул. Хаотичиость движения молекул приводит к тому, что давлеиие газа одииаково во всех направлениях. При нагревании газа скорость движения его молекул увеличивается, их удары о стеики сосуда становятся более частыми и сильными, что приводит к увеличеиию давлеиия газа.

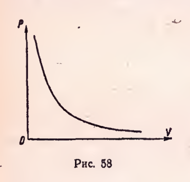


Рис. 58

2. Состояние некоторой массы m газа определяется параметрами газа: объемом V, давлением p и температурой t. При измеиеиии одной из этих величии в общем случае меияются и другие. Если температура даииой массы газа при изменении его объема и давлеиия остается постоянной (изотермический процесс), выполияется закои Бойля — Мариотта. Согласио этому закоиу, давлеиие даиной массы газа при неизмеиной температуре обратио пропорциональио объему газа: $\frac{p_1}{p_2} = \frac{V_2}{V_1}$ или $p_1V_1 = p_2V_2 = \text{const}$ при $m = \text{const}$ и $t = \text{const}$.

Графически изотермический процесс измеиения состояиия газа представляется в виде гиперболы, иазываемой изотермой (рис. 58).

Поскольку плотность даииой массы газа при постояиной температуре обратно пропорциональиа объему газа:

$$D_1 = \frac{m}{V_1}, \quad D_2 = \frac{m}{V_2},$$

то

$$\frac{D_1}{D_2} = \frac{p_1}{p_2},$$

т. е. при постояииой температуре плотность газа прямо пропорциональиа его давлеиию.

3. Зависимость между объемом данной массы газа и его температурой при постоянном давлении установлена Гей-Люссаком: $V_t = V_0(1+\alpha t)$ при m=const и p=const.

Коэффициент объемного расширения α у всех газов при постоянном давлении одинаков и равен $\frac{1}{273}$ К$^{-1}$. Следовательно, при нагревании на 1 К при постоянном давлении объем данной массы газа увеличивается на $\frac{1}{273}$ часть того объема, который газ занимал при 0° С. Этот закон получил название закона Гей-Люссака.

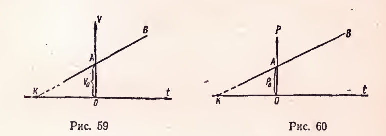


Рис. 59

Рис. 60

Процессы, протекающие при постоянном давлении, называются изобарическими. Графически изобарический процесс представляется прямой линией (рис. 59), называемой изобарой.

4. Если нагревать данную массу газа при постоянном объеме, зависимость между давлением газа и температурой выражается законом $p_t = p_0(1+\gamma t)$ при m=const и V=const, где p_t — давление газа при температуре t; p_0 — при температуре 0° С; γ — термический коэффициент давления (для всех газов одинаков и равен $\frac{1}{273}$ К$^{-1}$).

Отсюда следует, что давление данной массы газа при нагревании на 1 К при постоянном объеме увеличивается на $\frac{1}{273}$ часть того давления, которым обладал газ при 0° С. Этот закон получил название закона Шарля (или второго закона Гей-Люссака).

Термический коэффициент давления газа γ равен коэффициенту объемного расширения α.

Процесс изменения состояния газа, происходящий при неизменном объеме газа, называется изохорическим, а прямая AB (рис. 60), изображающая изменение давления газа при постоянном объеме в зависимости от температуры, называется изохорой.

5. При изохорическом понижении температуры газа его давление уменьшается по линейному закону (см. рис. 60). Если бы этот закон оставался верным при любых температурах, то при некоторой температуре, соответствующей точке K на графике,

давление газа должно стать равным нулю. Эту температуру легко найти из условия $p_t=0$:

$$p_t=p_0(1+\gamma t)=0.$$

Так как $p_0\neq0$, то $1+\gamma t=0$, откуда

$$t=-\frac{1}{\gamma}=-273^\circ\,\text{C}.$$

По предложению английского ученого Кельвина введена шкала температур, в которой за нуль принята температура -273° C (точнее $273{,}15^\circ$ C). Температура в этой шкале обозначается символом T. Единицей температуры является кельвин (символ К). В системе СИ это одна из основных единиц (см. приложение).

Единица, применяемая для выражения температуры Цельсия, есть градус Цельсия (символ °C), равный кельвину. Поэтому температуры Кельвина и Цельсия связаны соотношением:

$$t=T-T_0 \quad \text{или} \quad T=t+T_0,$$

где $T_0=273{,}15$ К.

Разность температур выражают в кельвинах, она может быть также выражена в градусах Цельсия.

В шкале температур Кельвина законы Гей-Люссака и Шарля имеют вид:

$$V_T=\alpha V_0T, \quad p_T=\gamma p_0T.$$

6. При изменении всех трех параметров (V, p, T) данной массы газа справедлив объединенный закон Бойля — Мариотта и Гей-Люссака, утверждающий, что для данной массы газа произведение давления газа на его объем, деленное на абсолютную температуру, есть величина постоянная:

$$\frac{p_1V_1}{T_1}=\frac{p_2V_2}{T_2} \quad \text{при} \quad m=\text{const}.$$

В этой формуле индексами 1 и 2 обозначены любые два состояния газа. В частности, в качестве одного из состояний газа можно выбрать состояние данной массы газа при нормальных условиях: $p_0=1{,}013\cdot10^5$ Па, $T_0=273$ К. Объем газа при нормальных условиях обозначим через V_0. Тогда

$$\frac{pV}{T}=\frac{p_0V_0}{T_0}=B=\text{const},$$

где p, V, T — параметры любого состояния данной массы газа.

Если применить этот закон к одному молю любого газа, получим

$$\frac{pV_{\text{м}}}{T}=\frac{p_0V_{0\text{м}}}{T_0}=R=\text{const}.$$

Но один моль любого газа при нормальных условиях занимает один и тот же объем $V_{0м}=22{,}42\cdot10^{-3}$ м³/моль. Поэтому постоянная R для молей всех газов одна и та же (универсальная газовая постоянная):

$$R=\frac{p_0V_{0м}}{T_0}=\frac{1{,}013\cdot10^5\ \text{Па}\cdot22{,}42\cdot10^{-3}\ \text{м}^3/\text{моль}}{273{,}15\ \text{К}}\approx$$

$$\approx8{,}31\ \text{Дж}/(\text{моль}\cdot\text{К})=8{,}31\cdot10^7\ \text{эрг}/(\text{моль}\cdot\text{К}).$$

Тогда уравнение состояния одного моля любого газа запишется в виде

$$pV_м=RT.$$

Объем V любой массы газа m выразим через объем одного моля $V_м$:

$$V=\frac{m}{\mu}V_м,$$

где μ — масса одного моля данного газа.

Отсюда

$$V_м=\frac{\mu}{m}V,$$

и уравнение состояния любой массы газа m

$$pV=\frac{m}{\mu}RT.$$

Это уравнение называется уравнением Менделеева — Клапейрона. Его можно представить в виде

$$p=\frac{D}{\mu}RT,$$

где D — плотность газа при данной температуре T и давлении p.

7. Рассмотренные газовые законы для реальных газов выполняются лишь приблизительно. Газ, для которого эти законы выполнялись бы точно, называют идеальным газом. Молекулы такого воображаемого газа представляются в виде шариков бесконечно малых размеров и взаимодействующих между собой только в момент столкновений по законам абсолютно упругого удара.

Из уравнения газового состояния следует, что при температуре, равной 0 К, идеальный газ не оказывает давления на стенки сосуда, в который он заключен. Но давление газа — результат ударов хаотично движущихся молекул об эти стенки. Следовательно, при температуре 0 К должно прекратиться тепловое движение молекул идеального газа. Поскольку свойства реальных

газов при малых давлениях близки к свойствам идеального газа, то сделанный вывод относится и к реальным газам. Установлено, что такое состояние вещества недостижимо, но к нему можно подойти довольно близко. В настоящее время достигнута температура, которая выше 0 K всего на несколько стотысячных долей градуса.

§ 24. ТЕПЛОТА

1. Кинетическая энергия хаотического движения частиц, из которых состоит тело, и потенциальная энергия взаимодействия этих частиц составляют внутреннюю энергию тела.

Внутренняя энергия тел может изменяться двумя путями: при совершении работы и при теплопередаче. Возможны случаи, когда одновременно совершается механическая работа и происходит тепловая передача энергии.

Мерой энергии, получаемой или отдаваемой телом при теплопередаче, служит количество теплоты. В системе СИ количество теплоты измеряется в джоулях.

Количество теплоты Q, полученное телом при нагревании или отданное им при охлаждении, определяется по формуле

$$Q = cm\Delta t = cm(t_2 - t_1),$$

где c — удельная теплоемкость вещества, из которого изготовлено тело; m — масса тела; $\Delta t = t_2 - t_1$ — разность конечной и начальной температур тела.

2. Количество теплоты, получаемое от 1 кг топлива при полном его сгорании, называется теплотворной способностью топлива или удельной теплотой сгорания топлива. Эту величину называют также теплотой сгорания топлива.

$$q = \frac{Q}{m},$$

где m — масса сгоревшего топлива, Q — количество теплоты, выделившейся при полном его сгорании; q — удельная теплота сгорания топлива.

Тепловой отдачей (коэффициентом полезного действия) нагревателя η называется отношение полезно использованного количества теплоты $Q_{исп}$ к затраченному количеству теплоты $Q_з$:

$$\eta = \frac{Q_{исп}}{Q_з} \cdot 100\%.$$

3. Процесс превращения вещества из твердого состояния в жидкое называется плавлением, обратный процесс — превращение вещества из жидкого состояния в твердое — называется

отвердеванием. Температура, при которой данное вещество плавится (отвердевает), называется температурой или точкой плавления (отвердевания) этого вещества. Кристаллические вещества плавятся при определенной для каждого вещества температуре. Аморфные вещества не имеют определенной температуры плавления и отвердевания.

Количество теплоты, необходимое для перехода единицы массы вещества из твердого состояния в жидкое при температуре плавления, называется удельной теплотой плавления (λ):

$$\lambda = \frac{Q}{m},$$

где m — масса расплавленного вещества; Q — количество теплоты, затраченное на плавление этой массы вещества при температуре его плавления.

Количество теплоты, поглощаемое телом при плавлении, выделяется при его отвердевании.

4. Процесс перехода вещества из жидкого состояния в газообразное называется парообразованием.

Парообразование, происходящее с открытой поверхности жидкости при любой температуре, называется испарением. Испарение твердых тел называется возгонкой, или сублимацией.

Совокупность молекул, вылетевших из жидкости (твердого вещества), называется паром. Пар, находящийся в динамическом равновесии со своей жидкостью, называется насыщающим (или насыщенным) паром. Давление насыщающего пара данной жидкости при одной и той же температуре есть величина постоянная и возрастает с увеличением температуры.

Если в пространстве, содержащем пары какой-нибудь жидкости, может происходить дальнейшее испарение этой жидкости, то пар, находящийся в данном пространстве, называется ненасыщающим паром. Ненасыщающий пар можно перевести в насыщающий путем понижения его температуры или уменьшения объема, а также путем одновременного уменьшения объема пара и его охлаждения.

Парообразование, происходящее во всем объеме жидкости, называется кипением. Температура, при которой происходит кипение жидкости, называется температурой или точкой кипения. Кипение происходит при такой температуре, при которой давление насыщающих паров жидкости равно наружному давлению на свободную поверхность жидкости. Поэтому с увеличением этого давления температура кипения любой жидкости повышается, и наоборот.

В процессе кипения температура жидкости остается постоянной, несмотря на подвод тепла извне. Это тепло расходуется на работу против сил молекулярного взаимодействия.

Количество теплоты, необходимое для превращения единицы массы жидкости при температуре кипения в пар, называется удельной теплотой парообразования (L):

$$L = \frac{Q}{m},$$

где m — масса жидкости, превращенной в пар при температуре кипения; Q — количество теплоты, необходимое для такого превращения.

Явление, обратное парообразованию, называется конденсацией. Количество теплоты, отдаваемое паром при конденсации, равно количеству теплоты, затраченной на его образование.

5. В атмосферном воздухе кроме различных газов (азота, углекислого газа, кислорода и др.) содержится также водяной пар. Влажность воздуха характеризуется рядом величин: упругостью водяного пара, абсолютной и относительной влажностями, точкой росы.

Упругостью водяного пара называется парциальное давление водяного пара, т. е. такое давление, которое производил бы водяной пар на предметы, если бы все остальные газы в атмосфере отсутствовали. Упругость водяного пара измеряют в единицах давления — динах на квадратный сантиметр или в паскалях.

Абсолютной влажностью воздуха называется величина, измеряемая количеством водяного пара, содержащегося в 1 м^3 воздуха. Измеряется абсолютная влажность воздуха в единицах плотности — килограммах на кубический метр (см. табл. 18).

Относительной влажностью воздуха r называется отношение упругости p водяного пара, содержащегося в воздухе при данной температуре, к давлению p_0 насыщенного пара при той же температуре, выраженное в процентах:

$$r = \frac{p}{p_0} \cdot 100\%.$$

Относительная влажность является наиболее важной характеристикой. Она показывает, насколько водяной пар в атмосфере при данной температуре далек от насыщения, т. е. от влажности, равной 100%.

Точкой росы называется температура, при которой водяной пар становится насыщенным.

По температуре воздуха t и точке росы $t_р$ можно определить упругость водяного пара, абсолютную и относительную влажности воздуха. Первые две величины находят с помощью таблицы, в которой приведены значения давления насыщенного пара и его массы в 1 м^3 при различных температурах (табл. 18). Давление насыщенного пара, соответствующее точке росы $t_р$, и есть упругость водяного пара p в воздухе. Масса водяного пара в 1 м^3,

соответствующая той же температуре $t_р$, и есть абсолютная влажность воздуха. Давление насыщенного пара p_0, соответствующее температуре воздуха t, также находится с помощью той же таблицы. Зная p и p_0, находят относительную влажность

$$r = \frac{p}{p_0} \cdot 100\%.$$

Влажность воздуха измеряют с помощью гигрометров и психрометров.

Вопросы для самоконтроля

1. Каковы основные положения молекулярно-кинетической теории строения вещества? Какие опытные данные подтверждают эти положения?
2. Как можно оценить размеры молекул? рассчитать массу молекул?
3. Чем определяется температура тел?
4. Чем объясняется тепловое расширение тел?
5. Что называется коэффициентом линейного расширения вещества? коэффициентом объемного расширения вещества? Какова связь между этими коэффициентами?
6. Как учитывается и используется тепловое расширение в технике? Приведите примеры.
7. Каковы особенности теплового расширения воды?
8. Чем обусловлено давление газа на стенки сосуда, в котором он заключен? Почему давление газа одинаково во всех направлениях?
9. Каков закон изотермического изменения состояния данной массы газа? изобарического, изохорического изменения состояния? Каковы графики этих законов?
10. Какая температура принята за 0 К?
11. Какова физическая сущность температуры 0 К?
12. Какой газ называется идеальным? Каково уравнение состояния идеального газа?
13. Что такое внутренняя энергия тела? Какие существуют способы ее изменения? Приведите примеры.
14. Что называется количеством теплоты? В каких единицах измеряется эта величина? Каковы соотношения между единицами измерений количества теплоты?
15. Что называется теплоемкостью тела? удельной теплоемкостью вещества?
16. Как опытным путем можно определить удельную теплоемкость вещества?
17. Как рассчитывается количество теплоты, необходимой для нагревания (выделенное при охлаждении) тела?
18. Что называется теплотворной способностью топлива?
19. Как определяется коэффициент полезного действия нагревателя?
20. Что называется плавлением? отвердеванием?
21. Как изменяется температура при плавлении кристаллических тел? аморфных тел?
22. Что называется точкой плавления (отвердевания)?
23. Чем объясняется постоянство температуры плавления и отвердевания кристаллических веществ при заданном давлении?
24. Как изменяется точка плавления различных веществ с изменением давления? при добавлении примесей?
25. Что называется теплотой плавления тела? удельной теплотой плавления вещества? В каких единицах измеряются эти величины?
26. Как опытным путем можно определить удельную теплоту плавления вещества?
27. Какой процесс называется парообразованием? конденсацией?

28. Что называется испарением? От чего зависит скорость испарения? Приведите примеры.

29. Почему испарение приводит к охлаждению жидкости?

30. Что такое сублимация? Приведите примеры.

31. Что называется паром? Какой пар называется насыщающим? ненасыщающим? Каковы свойства насыщающих паров?

32. Какими способами ненасыщающий пар можно перевести в насыщающий, и наоборот?

33. Что называется кипением? Чем кипение отличается от испарения?

34. При какой температуре происходит кипение? От чего зависит эта температура? Приведите примеры.

35. Что называется удельной теплотой парообразования? Как опытным путем можно определить эту величину?

36. Что называется абсолютной влажностью воздуха? относительной влажностью? Как можно определить эти величины?

37. Что называется точкой росы?

38. Как изменяются относительная и абсолютная влажность при нагревании воздуха? при его охлаждении? при выпадении росы?

ПРИМЕРЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ

Задача 62

Сколько молекул содержится в 1 м^3 водорода при нормальных условиях? Какова масса одной молекулы водорода?

Условие: $T=273$ К;
$p=1{,}013\cdot10^5$ Па;
$V_м=22{,}4\cdot10^{-3}$ м^3/моль;
$N_А=6{,}023\cdot10^{23}$ моль$^{-1}$;
$\mu=2\cdot10^{-3}$ кг/моль.

n_0 — ? m — ?

Решение. Число молекул в одном моле любого газа (число Авогадро) $N_А=6{,}023\cdot10^{23}$ моль$^{-1}$. Объем одного моля любого газа (в том числе и водорода) при нормальных условиях $V_м=22{,}4\cdot10^{-3}$ м^3/моль. Следовательно, число молекул водорода n_0, содержащееся в 1 м^3 при нормальных условиях, определяется соотношением

$$n_0=\frac{N}{V_м}=2{,}69\cdot10^{25}\ 1/м^3.$$

Эта величина одинакова для любого газа и называется числом Лошмидта. Масса одной молекулы водорода

$$m=\frac{\mu}{N_А}=3{,}3\cdot10^{-27}\ кг.$$

Задача 63

Железная ферма моста при температуре $+30°$ С имеет длину 50 м. На сколько изменится ее длина зимой при охлаждении до $-30°$ С?

Условие: $t_1 = 30°$ С;
$l_1 = 50$ м;
$t_2 = -30°$ С.

$\Delta l = l_2 - l_1$ — ?

Решение. Длина фермы l_1 при температуре $t_1 = 30°$ С определяется по формуле: $l_1 = l_0(1 + \beta t_1)$, где l_0 — длина фермы при $0°$ С; β — коэффициент линейного расширения железа. Аналогично найдем длину фермы l_2 при $t_2 = -30°$ С: $l_2 = l_0(1 + \beta t_2)$. Из этих двух уравнений получим

$$\frac{l_1}{l_2} = \frac{1 + \beta t_1}{1 + \beta t_2} \quad \text{или} \quad \frac{l_2 - l_1}{l_1} = \frac{\beta(t_2 - t_1)}{1 + \beta t_1},$$

откуда

$$\Delta l = l_2 - l_1 = \frac{\beta(t_2 - t_1)}{1 + \beta t_1} l_1 \approx 3{,}6 \text{ см}.$$

Задача 64

В баллоне емкостью 50 л находится кислород при температуре $27°$ С под давлением $1 \cdot 10^6$ Па. Какова масса газа?

Условие: $\mu = 32 \cdot 10^{-3}$ кг/моль;
$V = 50$ л $= 5 \cdot 10^{-2}$ м^3;
$T = 300$ К;
$p = 1 \cdot 10^6$ Па.

m — ?

Решение. Для определения массы кислорода воспользуемся уравнением состояния газа:

$$pV = \frac{m}{\mu} RT,$$

откуда

$$m = \frac{pV\mu}{RT} \approx 0{,}65 \text{ кг}.$$

Задача 65

В сообщающихся цилиндрических сосудах находится ртуть. Диаметр одного сосуда в два раза больше другого. Узкий сосуд сверху закрывают. При этом в нем остается столб воздуха высотой H, который уменьшается в четыре раза при доливании воды в широкий сосуд. Определить высоту водяного столба. Атмосферное давление нормальное. Температуру воздуха в сосуде считать постоянной.

Условие: $h=\frac{H}{4}$;
$d_2=2d_1$;
H;
$p_{атм}=1{,}013\cdot 10^5$ Па;
$T=\text{const}$.

h_x — ?

Решение. Пусть начальным уровнем ртути в сосудах был уровень AB (рис. 61). CD — поверхность одного уровня на гра-

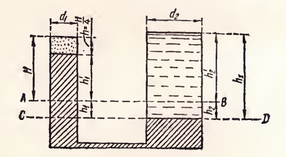


Рис. 61

нице раздела воды и ртути. Столбы жидкостей над уровнем CD в обоих сосудах разбиты на части и обозначены через h_1, h_1', h_2 и h_2'.

Жидкости в сообщающихся сосудах находятся в равновесии при условии, когда на поверхности CD давление в левом колене равно давлению в правом:

$$p_2+D_1g(h_1+h_1')=p_{атм}+D_2g(h_2+h_2'),$$

где p_2 — давление, которое оказывает на поверхность ртути воздух, сжатый в узком сосуде; D_1 — плотность ртути; D_2 — плотность воды; g — ускорение силы тяжести.

Давление воздуха p_2 найдем по закону Бойля — Мариотта:

$$p_{атм}\pi\frac{d_1^2}{4}H=p_2\pi\frac{d_1^2}{4}h,$$

где $h=\frac{H}{4}$.

Следовательно, $p_2=4p_{атм}$.

Из условия несжимаемости ртути

$$\pi\frac{d_1^2}{4}h_1'=\pi\frac{d_2^2}{4}h_2.$$

На основании условия задачи и чертежа можно записать дополнительные уравнения:

$$h_1=h_2,\ h_x=h_2+h_2',\ d_2=2d_1,\ h_1'=\frac{3}{4}H.$$

Решая все уравнения совместно, находим

$$h_x=\frac{3p_{атм}+\frac{15}{16}D_1gH}{D_2g}.$$

Задача 66

В алюминиевой кастрюле массой 0,5 кг находится 0,5 л воды и 200 г льда при 0° С. Вода нагревается на электроплитке мощностью 600 Вт в течение 30 мин. Сколько выкипело воды, если тепловая отдача (к. п. д.) плитки 50%?

Условие: $m_1=0{,}5$ кг;
$m_2=0{,}5$ кг;
$m_3=0{,}2$ кг;
$t_1=0°$ С;
$t_2=100°$ С;
$N=600$ Вт;
$t=1800$ с;
$\eta=50\%$.

m — ?

Решение. Тепловая отдача плитки

$$\eta=\frac{Q_п}{Q_{затр}},$$

где $Q_п$ — количество теплоты, затраченной на нагревание кастрюли, плавление льда, нагревание всей воды до кипения, т. е. до

100° С, и превращение в пар некоторой массы m воды; $Q_{затр}$ — энергия, выделенная электроплиткой,

$$Q_{затр} = Nt.$$

Количество теплоты, затраченное на нагревание кастрюли до t_2° С,

$$Q_1 = c_1 m_1 (t_2 - t_1),$$

где c_1 — удельная теплоемкость алюминия.

Количество теплоты, затраченной на плавление льда при t_1° С,

$$Q_2 = \lambda m_2,$$

где λ — удельная теплота плавления льда.

Количество теплоты, затраченной на нагревание воды, первоначально налитой в кастрюлю и образовавшейся от расплавленного льда, до t_2° С,

$$Q_3 = c_2 (m_2 + m_3)(t_2 - t_1),$$

где c_2 — удельная теплоемкость воды.

Количество теплоты, затраченной на испарение воды при t_2° С,

$$Q_4 = Lm,$$

где L — удельная теплота парообразования воды.

$$Q_{п} = Q_1 + Q_2 + Q_3 + Q_4.$$

Тогда

$$\eta = \frac{c_1 m_1 (t_2 - t_1) + \lambda m_2 + c_2 (m_2 + m_3)(t_2 - t_1) + Lm}{Nt},$$

откуда

$$m = \frac{Nt\eta - c_1 m_1 (t_2 - t_1) - \lambda m_2 - c_2 (m_2 + m_3)(t_2 - t_1)}{L} \approx 17 \text{ г.}$$

Задача 67

Относительная влажность воздуха при 22° С равна 80%. Сколько воды выделится из 1 м^3 воздуха при его охлаждении до 17° С?

Условие: $t_1 = 22^\circ$ С;
$r = 80\%$;
$t_2 = 17^\circ$ С.

m — ?

Решение. Относительная влажность воздуха

$$r = \frac{p}{p_0} 100\%,$$

где p — упругость водяного пара в воздухе; p_0 — давление насыщеиного водяного пара при температуре t_1.

Отсюда

$$p = \frac{r}{100\%} p_0 \approx 2{,}11 \cdot 10^3 \text{ Па}.$$

Значение $p_0 = 2{,}64 \cdot 10^3$ Па найдено по таблице давления насыщениых водяиых паров (табл. 18) при температуре воздуха, т. е. при $t_1 = 22°$ С.

По той же таблице находим количество D_0 водяного пара, находящегося в 1 м^3 воздуха (т. е. абсолютную влажность воздуха) и соответствующего давлеиию $p = 2{,}11 \cdot 10^3$ Па:

$$D_0 \approx 15{,}7 \cdot 10^{-3} \text{ кг/м}^3.$$

При температуре $t_2 = 17°$ С количество насыщеиного водяиого пара в 1 м^3, т. е. максимальное количество пара, которое может иаходиться в 1 м^3 воздуха при этой же температуре, равно $14{,}5 \cdot 10^3$ кг/м^3 (найдено по табл. 18). Следовательно, из 1 м^3 воздуха при его охлаждении выделится приблизительно 1,2 г воды.

ЧЕТВЕРТАЯ РАБОТА

Электростатика. Постоянный электрический ток (до работы и мощности)

Глава IX
ЭЛЕКТРОСТАТИКА

Программа

Два рода электричества. Взаимодействие электрических зарядов. Закон Кулона. Диэлектрическая проницаемость вещества. Единицы заряда. Электрическое поле. Напряженность электрического поля. Напряженность поля точечного заряда. Силовые линии электрического поля (линия напряженности). Однородное поле. Работа перемещения заряда в электрическом поле. Понятие о потенциале. Единица потенциала. Потенциал поля для точечного заряда (без вывода). Разность потенциалов. Связь разности потенциалов с напряженностью для однородного поля. Электроемкость. Единица электроемкости. Конденсаторы.

ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ И ЗАКОНЫ

§ 25. ЗАКОН КУЛОНА

Взаимодействие электрических зарядов подчиняется закону Кулона: сила, с которой взаимодействуют два точечных заряда, прямо пропорциональна величинам зарядов, обратно пропорциональна квадрату расстояния между ними и направлена вдоль линии, соединяющей эти заряды:

$$F=k\frac{q_1q_2}{\varepsilon r^2},$$

где q_1 и q_2 — величины зарядов; r — расстояние между ними; ε — относительная диэлектрическая проницаемость среды, в которой находятся заряды (для вакуума $\varepsilon=1$); k — коэффициент пропорциональности, зависящий от единиц измерения величин, входящих в формулу.

Точечными называются заряды, находящиеся на телах, размеры которых малы по сравнению с расстоянием между ними.

В Международной системе единиц (СИ)

$$k=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0},$$

где $\varepsilon_0 = \frac{1}{4\pi 9\cdot 10^9}$ Ф/м $\approx 8{,}85\cdot 10^{-12}$ Ф/м — электрическая постоянная или диэлектрическая проницаемость вакуума. Заряд в этой системе измеряется в кулонах (Кл).

Величина $\varepsilon\varepsilon_0$ называется абсолютной диэлектрической проницаемостью среды. Коэффициент 4π указывает на сферическую симметрию электрических сил поля точечного заряда.

В системе СГСЭ коэффициент k в законе Кулона полагается равным единице. Определенная при этом единица заряда называется электростатической единицей заряда. Ее размерность — $г^{1/2}\cdot см^{3/2}\cdot с^{-1}$ (предлагаем читателю вывести эту размерность).

Соотношение между единицами заряда в системах СИ и СГСЭ: 1 Кл $= 3\cdot 10^9$ ед. заряда СГСЭ.

Формула закона Кулона в системе СИ (в системе СГСЭ здесь и в дальнейшем формулы будут даваться в скобках) представится в виде

$$F = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\frac{q_1 q_2}{\varepsilon r^2}\ \left(F = \frac{q_1 q_2}{\varepsilon r^2}\right);$$

Согласно электронной теории, положительно заряженное тело — это тело, имеющее недостаток электронов (по сравнению с суммарным положительным зарядом ядер атомов, входящих в это тело), отрицательно заряженное — избыток электронов. Заряд тела измеряется целым числом заряда электрона, численное значение которого $e = 4{,}8\cdot 10^{-10}$ ед. заряда СГСЭ $= 1{,}6\cdot 10^{-19}$ Кл.

Согласно закону сохранения заряда, при соприкосновении заряженных тел происходит нейтрализация равных количеств разноименных зарядов и перераспределение оставшегося заряда, при этом в металлах могут перемещаться только отрицательные заряды, т. е. электроны.

При решении задач закон Кулона можно применять для зарядов, равномерно распределенных на сферической поверхности, считая заряд сферы точечным и сосредоточенным в центре сферы, если перераспределением зарядов на сфере вследствие взаимного влияния пренебречь.

§ 26. НАПРЯЖЕННОСТЬ ЭЛЕКТРИЧЕСКОГО ПОЛЯ

В средней школе изучается раздел электростатики, в котором рассматривается электрическое поле стационарных (неподвижных) зарядов, т. е. электростатическое поле. Для краткости такое поле обычно называют электрическим. Электростатическое поле — одна из форм материи. Оно проявляет себя в том, что в любой его точке на электрический заряд действует сила.

Напряженность электрического поля — это силовая характеристика поля в данной точке, численно равная силе, действующей

на единичный положительный заряд, внесенный в данную точку поля. Напряженность — векторная величина.

$$\vec{E}=\frac{\vec{F}}{q}\ \left(\vec{E}=\frac{\vec{F}}{q}\right).$$

В системе СИ

$$[E]=\frac{\text{Н}}{\text{Кл}}=\frac{\text{В}}{\text{м}}=\frac{\text{кг}\cdot\text{м}}{\text{А}\cdot\text{с}^3}.$$

Предлагаем читателю убедиться в том, что в системе СГСЭ

$$[E]=\text{г}^{1/2}\cdot\text{см}^{-1/2}\cdot\text{с}^{-1}.$$

Если в любой точке поля напряженность одинакова по величине и направлению, то такое поле называется однородным.

В поле точечного заряда Q напряженность поля в точке, удаленной на расстояние r от заряда Q, выражается формулой

$$E=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon}\cdot\frac{Q}{r^2}\ \left(E=\frac{Q}{\varepsilon r^2}\right).$$

Если поле образовано несколькими зарядами, то результирующая напряженность равна геометрической сумме напряженностей, создаваемых в этой точке отдельно каждым зарядом. Если напряженность в данной точке поля $\vec{E}$, то на заряд q, помещенный в данную точку, будет действовать сила $\vec{F}=\vec{E}q$.

§ 27. ПОТЕНЦИАЛ ЭЛЕКТРИЧЕСКОГО ПОЛЯ. РАЗНОСТЬ ПОТЕНЦИАЛОВ

Потенциал поля в данной точке — энергетическая характеристика поля, численно равная потенциальной энергии, которой обладает единичный положительный заряд, помещенный в эту точку. Потенциал — скалярная величина:

$$\varphi=\frac{A}{q}\ \left(\varphi=\frac{A}{q}\right).$$

В системе СИ

$$[\varphi]=\frac{\text{Дж}}{\text{Кл}}=\text{В}=\frac{\text{кг}\cdot\text{м}^2}{\text{А}\cdot\text{с}^3}.$$

Предлагаем читателю убедиться, что в системе СГСЭ

$$[\varphi]=\text{г}^{1/2}\cdot\text{см}^{1/2}\cdot\text{с}^{-1}.$$

Разность потенциалов между двумя точками называется напряжением:

$$U=\varphi_1-\varphi_2=\frac{A_{1,2}}{q},$$

где $A_{1,2}$ — работа по перемещению заряда q из точки 1 в точку 2.

Следовательно,

$$A_{1,2}=q(\varphi_1-\varphi_2)=qU.$$

Потенциал поля точечного заряда Q в точке, находящейся на расстоянии r от заряда Q,

$$\varphi=\frac{Q}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon r}\ \left(\varphi=\frac{Q}{\varepsilon r}\right);$$

При решении задач следует помнить, что работа по перемещению заряда в электростатическом поле не зависит от формы пути, а зависит от разности потенциалов начальной и конечной точек пути, а также, что разность потенциалов не зависит от выбора точки с нулевым потенциалом.

§ 28. ЭЛЕКТРОЕМКОСТЬ

Электроемкостью проводника называется физическая величина, численно равная заряду, который нужно сообщить этому проводнику для изменения его потенциала на единицу:

$$C=\frac{Q}{\varphi}\ \left(C=\frac{Q}{\varphi}\right).$$

В системе СИ

$$[C]=\frac{\text{Кл}}{\text{В}}=\text{Ф}=\frac{\text{А}^2\cdot\text{с}^4}{\text{кг}\cdot\text{м}^2}.$$

Электроемкость в системе СГСЭ измеряется в сантиметрах. Действительно,

$$[C]=\frac{[Q]}{[\varphi]}=\frac{\text{г}^{1/2}\cdot\text{см}^{3/2}\cdot\text{с}^{-1}}{\text{г}^{1/2}\cdot\text{см}^{1/2}\cdot\text{с}^{-1}}=\text{см}.$$

Напряженность однородного электростатического поля численно равна разности потенциалов, приходящейся на единицу длины, взятой вдоль силовой линии поля:

$$E=\frac{\varphi_1-\varphi_2}{d}.$$

Для уединенного заряженного шара потенциал его поверхности $\varphi=\frac{Q}{r}$ (в системе СГСЭ), а электроемкость $C=\frac{Q}{\varphi}=r$,

т. е. электроемкость шара в системе СГСЭ численно равна радиусу шара r, выраженному в сантиметрах. В системе СИ электроемкость уединенного шара

$$C=\frac{Q}{\varphi}=4\pi\varepsilon_0\varepsilon r.$$

Электроемкость проводника зависит от его размеров, формы и наличия других тел или сред вблизи него. Электроемкость проводника не зависит от вещества, из которого он состоит:

$$C=\frac{Q}{\varphi_1-\varphi_2}=\frac{Q}{U}\ \left(C=\frac{Q}{\varphi_1-\varphi_2}=\frac{Q}{U}\right),$$

где Q — величина заряда на одной (!) обкладке конденсатора; $\varphi_1-\varphi_2=U$ — разность потенциалов между обкладками конденсатора.

Электроемкость плоского конденсатора

$$C=\frac{\varepsilon_0\varepsilon S}{d}\ \left(C=\frac{\varepsilon S}{4\pi d}\right),$$

где S — площадь одной из обкладок, взаимно перекрывающейся с другой обкладкой; d — расстояние между обкладками.

Электроемкость батареи параллельно соединенных конденсаторов равна сумме электроемкостей отдельных конденсаторов:

$$C=C_1+C_2+C_3+\ldots+C_n=\sum_{i=1}^{n}C_i.$$

При последовательном соединении конденсаторов

$$\frac{1}{C}=\frac{1}{C_1}+\frac{1}{C_2}+\frac{1}{C_3}+\ldots+\frac{1}{C_n}=\sum_{i=1}^{n}\frac{1}{C_i}.$$

Энергия заряженного конденсатора

$$W=\frac{UQ}{2}=\frac{CU^2}{2}=\frac{Q^2}{2C}.$$

Вопросы для самоконтроля

1. Какое явление называется электризацией тел?
2. Какие существуют способы электризации тел?
3. Как зарядить тело положительным или отрицательным электричеством? Укажите несколько способов.
4. Как взаимодействуют наэлектризованные тела?
5. Каково устройство и назначение электроскопа?
6. Как объясняются различные виды электризации тел на основании электронной теории?

7. Что такое электрическое поле?

8. Каков принцип устройства и действия крутильных весов?

9. Как формулируется закон Кулона и каковы формулы этого закона в системах СИ и СГСЭ?

10. Что такое электрическая постоянная? абсолютная и относительная диэлектрические проницаемости вещества? Как они связаны между собой?

11. Каковы величина, наименование и размерность электрической постоянной?

12. В каких единицах измеряется заряд в системах СИ и СГСЭ? Какое соотношение между этими единицами?

13. Как определяется единица заряда в системе СИ?

14. Какие электрические заряды называются точечными?

15. Для каких зарядов применим закон Кулона?

16. Как распределяется заряд на поверхности уединенного проводника и что такое поверхностная плотность электрических зарядов?

17. Каковы величины заряда и массы электрона в системах СИ и СГСЭ?

18. Каков физический смысл напряженности электрического поля в данной точке, каковы формулы и единицы измерения напряженности в системах СИ и СГСЭ?

19. Как вычисляется напряженность поля уединенного точечного заряда? нескольких точечных зарядов?

20. Как определяется направление напряженности поля в данной точке?

21. Как графически изображаются электрические поля? Что называется силовой линией поля?

22. Какое поле называется однородным и как оно изображается?

23. Что происходит внутри проводника при внесении его в электрическое поле? Где это используется?

24. Что называется индуцированным зарядом, где и когда он возникает?

25. Почему сила электрического взаимодействия между разноименно заряженными шарами больше, чем между теми же, но одноименно заряженными шарами (при той же величине зарядов на них)?

26. Что происходит с диэлектриком при внесении его в электрическое поле?

27. Чем отличается электризация проводников от поляризации диэлектриков?

28. Как объяснить, что некоторые легкие тела сначала притягиваются к заряженному телу, а после соприкосновения — отталкиваются, а некоторые — «прилипают»?

29. Почему силы взаимодействия между одинаковыми электрическими зарядами в различных диэлектриках различны?

30. От чего зависит работа по перемещению заряда из одной точки электрического поля в другую? Имеет ли при этом значение форма пути перемещения заряда?

31. Каков физический смысл потенциала поля в данной точке? Чем отличается потенциал от напряженности поля в данной точке?

32. Чему равна работа по перемещению заряда между двумя точками поля?

33. Что называется напряжением между двумя точками электрического поля?

34. Каковы единицы измерения потенциала и разности потенциалов в системах СИ и СГСЭ и каково соотношение между этими единицами?

35. Какова связь между напряженностью поля и разностью потенциалов для однородного поля?

36. Каково условие равновесия зарядов на проводнике? Что называется эквипотенциальной поверхностью?

37. Каково взаимное расположение силовых линий и эквипотенциальных поверхностей электрического поля?

38. Как устроен и для чего служит электрометр? В чем различие между электрометром и электроскопом?

39. Каков физический смысл электроемкости проводника и от чего она зависит? Зависит ли электроемкость от материала проводника?

40. Каковы единицы электроемкости в системах СИ и СГСЭ и каково соотношение между ними?

41. По какой формуле вычисляется электроемкость уединенного шара в системе СИ? в системе СГСЭ?

42. Что называется конденсатором и какова формула электроемкости конденсатора?

43. Где локализованы электрическое поле и заряды в заряженном конденсаторе?

44. Как зависит электроемкость плоского конденсатора от его размеров и рода диэлектрика?

45. По какой формуле вычисляется электроемкость плоского конденсатора в системе СИ? в системе СГСЭ?

46. Какие бывают виды конденсаторов и каково их устройство?

47. Где и с какой целью используются конденсаторы?

48. Чему равна электроемкость батареи параллельно соединенных конденсаторов? последовательно соединенных конденсаторов?

ПРИМЕРЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ

Задача 68

Два одинаковых маленьких шарика массой по 0,01 г подвешены на шелковых нитях длиной по 1 м так, что они касаются друг друга. Один из шариков отвели в сторону, зарядили и привели в соприкосновение с другим шариком, после чего шарики отошли друг от друга на расстояние 14 см. Определить величину заряда первого шарика до соприкосновения его с другим шариком.

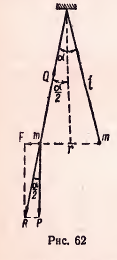


Рис. 62

В этой и последующих задачах, в условиях которых не указана среда, считать $\varepsilon=1$.

Условие: $l=1$ м;
$m=1\cdot10^{-5}$ кг;
$r=0{,}14$ м;
$\varepsilon=1$.

q — ?

Решение. Если до соприкосновения на первом шарике был заряд q, то после соприкосновения, вследствие распределения зарядов, на каждом шарике окажется заряд $\frac{q}{2}$, так как шарики одинаковые.

На каждый шарик (рис. 62) действуют три силы: кулоновская сила F, сила тяжести P и сила натяжения нити Q. Эти силы урав-

новешены. Сила взаимодействия между зарядами шариков по закону Кулона

$$F=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon}\cdot\frac{0,5q\cdot 0,5q}{r^2}=\frac{q^2}{16\pi\varepsilon_0\varepsilon r^2},$$

откуда

$$q=\pm 4r\sqrt{\pi\varepsilon_0\varepsilon F}.$$

Знаки плюс и минус перед квадратным корнем показывают, что заряды q могут быть или положительными, или отрицательными. Для определения силы F воспользуемся соотношениями

$$\frac{F}{P}=\operatorname{tg}\frac{\alpha}{2},\quad \frac{r}{2l}=\sin\frac{\alpha}{2},$$

откуда

$$F=P\operatorname{tg}\arcsin\frac{r}{2l}.$$

При малых α (до 10°) $\operatorname{tg}\frac{\alpha}{2}\approx\sin\frac{\alpha}{2}$, тогда $F\approx P\frac{r}{2l}$. Окончательно

$$q=\pm 4r\sqrt{\pi\varepsilon_0\varepsilon P\operatorname{tg}\arcsin\frac{r}{2l}}\approx\pm 4r\sqrt{\frac{\pi\varepsilon_0\varepsilon rmg}{2l}}.$$

Подставив числовые значения, получим

$$q=\pm 4\cdot 0,14\text{ м}\sqrt{\frac{3,14\text{ Ф}\cdot 0,14\text{ м}\cdot 10^{-5}\text{ кг}\cdot 9,8\text{ м}}{4\cdot 3,14\cdot 9\cdot 10^{9}\text{ м}\cdot 2\text{ м}\cdot\text{с}^2}}\approx\pm 7,7\cdot 10^{-9}\text{ Кл}.$$

Задача 69

В вершинах при острых углах ромба, составленного из двух равносторонних треугольников со стороной $l=0,25$ м, помещены заряды $q_1=q_2=2,5\cdot 10^{-9}$ Кл. В вершине при одном из тупых углов ромба помещен заряд $q_3=-5\cdot 10^{-9}$ Кл. Определить напряженность электрического поля в четвертой вершине ромба. Какая сила будет действовать на заряд $q_4=-2\cdot 10^{-9}$ Кл, помещенный в эту вершину?

Условие: $l=0,25$ м;
$q_1=q_2=2,5\cdot 10^{-9}$ Кл;
$q_3=-5\cdot 10^{-9}$ Кл;
$q_4=-2\cdot 10^{-9}$ Кл.
E — ? F — ?

Решение. На рис. 63 показано направление векторов напряженностей электрических полей в точке A, создаваемых

зарядами q_1, q_2 и q_3. Результирующая напряженность $\vec{E}$ в точке A равна геометрической сумме всех напряженностей:

$$\vec{E}=\vec{E}_1+\vec{E}_2+\vec{E}_3.$$

Абсолютная величина напряженности

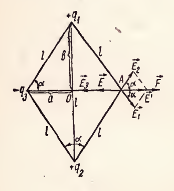


Рис. 63

$$E_1=E_2=\frac{q_1}{4\pi\varepsilon_0 l^2},\quad E_3=\frac{q_3}{4\pi\varepsilon_0 l^2}.$$

Из рисунка видно, что угол $\alpha=60°$, $\vec{E}=\vec{E}'+\vec{E}_3$ или, учитывая направление E_3 (знак заряда q_3), получаем:

$$E=E'-E_3=2E_1\cos\alpha-E_3=$$

$$=\frac{2q_1\cos\alpha}{4\pi\varepsilon_0 l^2}-\frac{q_3}{4\pi\varepsilon_0 l^2}=$$

$$=\frac{2q_1\cos\alpha-q_3}{4\pi\varepsilon_0 l^2}=-360\ \text{В/м}.$$

Знак минус показывает, что вектор напряженности $\vec{E}$ направлен к заряду q_3.

Сила, действующая на заряд q_4, помещенный в точку A,

$$F=Eq_4=\frac{(2q_1\cos\alpha-q_3)\,q_4}{4\pi\varepsilon_0 l^2}=7{,}2\cdot10^{-7}\ \text{Н}.$$

Задача 70

Определить разность потенциалов между точкой A и точкой O — точкой пересечения диагоналей ромба в предыдущей задаче. Определить работу по перенесению заряда q_4 из точки A в точку O.

Условие: $l=0{,}25$ м;
$q_1=q_2=2{,}5\cdot10^{-9}$ Кл;
$q_3=-5\cdot10^{-9}$ Кл;
$q_4=-2\cdot10^{-9}$ Кл.
U — ? A — ?

Решение. Потенциал поля в точке A, созданного системой точечных зарядов, равен алгебраической сумме потенциалов полей, созданных в данной точке каждым зарядом в отдельности:

$$\varphi_A=\varphi_1+\varphi_2+\varphi_3=\frac{q_1}{4\pi\varepsilon_0 l}+\frac{q_2}{4\pi\varepsilon_0 l}+\frac{q_3}{4\pi\varepsilon_0 l}=\frac{2q_1+q_3}{4\pi\varepsilon_0 l}=0.$$

Потенциал поля в точке O (рис. 63)

$$\varphi_0 = \frac{2q_1}{4\pi\varepsilon_0 b} + \frac{q_3}{4\pi\varepsilon_0 a} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{2q_1}{b} + \frac{q_3}{a}\right).$$

Но $a = \frac{l}{2}$, $b = \frac{\sqrt{3}}{2}l$, тогда

$$U = \varphi_A - \varphi_0 = -\frac{2\sqrt{3}\,q_1 + 3q_3}{6\pi\varepsilon_0 l} \approx 152 \text{ В}.$$

Работа сил поля по перемещению заряда q_4 из точки A в точку O

$$A = q_4 U = -\frac{2\sqrt{3}\,q_1 + 3q_3}{6\pi\varepsilon_0 l}\,q_4 \approx -3{,}04 \cdot 10^{-7} \text{ Дж}.$$

Знак минус означает, что работу по перемещению заряда из точки A в точку O совершили внешние силы против сил электрического поля.

Задача 71

В плоском, горизонтально расположенном конденсаторе, расстояние между пластинами которого $d = 10^{-2}$ м, находится заряженная капелька массой $m = 5 \cdot 10^{-8}$ г. При отсутствии электрического поля капелька вследствие сопротивления воздуха падает с некоторой постоянной скоростью. Если к пластинам конденсатора приложить разность потенциала $U = 600$ В, капелька падает вдвое медленнее. Найти заряд капельки, считая силу сопротивления воздуха пропорциональной скорости.

Условие: $d = 10^{-2}$ м;
$m = 5 \cdot 10^{-11}$ кг;
$U = 600$ В;
$\frac{v_1}{v_2} = 2$.

q — ?

Решение. При отсутствии поля $P = mg = F_{\text{сопр}} = kv_1$, где k — коэффициент пропорциональности. При наличии поля, напряженность которого

$$E = \frac{U}{d}, \quad mg - Eq = kv_2,$$

откуда

$$q = \frac{mg}{E}\left(1 - \frac{v_2}{v_1}\right) = \frac{mgd}{U}\left(1 - \frac{v_2}{v_1}\right) = 4{,}1 \cdot 10^{-15} \text{ Кл}.$$

Задача 72

Пылинка массой m висит неподвижно между пластинами плоского воздушного горизонтально расположенного конденсатора. Поверхностная плотность заряда на пластинах σ. Какова величина заряда пылинки?

Условие: m;
σ.
q — ?

Решение. Пылинка висит неподвижно. Следовательно, сила тяжести $P=mg$ и электрическая сила $F=Eq$ уравновешиваются, т. е. $P=F$ или $mg=Eq$, откуда $q=\frac{mg}{E}$. Для определения напряженности электрического поля воспользуемся формулой емкости плоского конденсатора:

$$C=\frac{Q}{U}=\frac{\varepsilon_0\varepsilon S}{d},$$

откуда

$$E=\frac{U}{d}=\frac{Q}{\varepsilon_0\varepsilon S}=\frac{\sigma}{\varepsilon_0\varepsilon}.$$

Для воздуха $\varepsilon=1$. Откуда находим заряд пылинки:

$$q=\frac{mg}{E}=\frac{mg\varepsilon_0}{\sigma}.$$

Задача 73

Шарик массой 1 г с зарядом $5\cdot10^{-8}$ Кл переместился из точки A, потенциал которой равен 600 В, в точку B, потенциал которой равен нулю. Чему была равна его скорость в точке A, если в точке B она стала равной 0,4 м/с?

Условие: $m=1\cdot10^{-3}$ кг;
$\varphi_A=600$ В;
$\varphi_B=0$;
$v_2=0,4$ м/с;
$q=5\cdot10^{-8}$ Кл.
v_1 — ?

Решение. Работа сил электрического поля равна изменению кинетической энергии шарика:

$$A=\Delta W_к \quad \text{или} \quad q(\varphi_A-\varphi_B)=\frac{mv_2^2}{2}-\frac{mv_1^2}{2},$$

откуда

$$v_1=\sqrt{v_2^2-\frac{2q(\varphi_A-\varphi_B)}{m}}\approx0,32 \text{ м/с}.$$

Задача 74

α-Частнца влетает в плоский горнзонтально расположенный конденсатор параллельно пластинам на равном расстояннн от ннх. Расстоянне между пластннамн $d=4$ см (рис. 64), к пластннам приложена разность потенцналов $U=300$ В. На каком расстоянии от начала конденсатора α-частнца попадет на пластину конденсатора, еслн она была разогнана разностью потенцналов $U_1=150$ В?

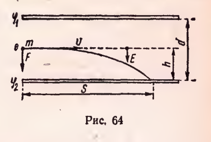


Рис. 64

Условне: $U=300$ В; $U_1=150$ В; $d=0{,}04$ м.

$s-?$

Решенне. α-Частица в плоском конденсаторе будет двигаться по параболе, подобно горизонтально брошенному телу в поле силы тяжести. Действнтельно, на α-частицу в конденсаторе действует постоянная электрнческая снла $F=Eq=\frac{U}{d}q$, под действием которой частнца получит ускорение

$$a=\frac{F}{m}=\frac{Uq}{md}$$

и, пролетая путь s (по горизонтали) за время $t=\frac{s}{v}$, отклоннтся на расстояние

$$h=\frac{d}{2}=\frac{at^2}{2}=\frac{Uqs^2}{2mdv^2},$$

откуда

$$s=vd\sqrt{\frac{m}{Uq}}.$$

Кннетнческая энергня α-частицы, разогнанной до скорости v разностью потенцналов U_1,

$$\frac{mv^2}{2}=qU_1,$$

откуда

$$v=\sqrt{\frac{2qU_1}{m}}.$$

Подставляя в формулу пути значенне скоростн, получаем

$$s=d\sqrt{\frac{2U_1}{U}}=0{,}04 \text{ м}.$$

Задача 75

Два конденсатора емкостью $C_1=2$ мкФ и $C_2=4$ мкФ соединены последовательно и подключены к источнику напряжения $U=75$ В (рис. 65). Определить заряды на обкладках конденсаторов и напряжение на каждом конденсаторе.

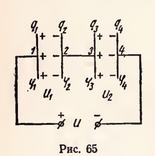


Рис. 65

Условие: $C_1=2$ мкФ$=2\cdot10^{-6}$ Ф;
$C_2=4$ мкФ$=4\cdot10^{-6}$ Ф;
$U=75$ В.

q_1 — ? q_2 — ? q_3 — ?
q_4 — ? U_1 — ? U_2 — ?

Решение. Если при подключении батареи конденсаторов к источнику напряжения U на обкладке *1* появится заряд q_1, то вследствие электростатической индукции на обкладке *2* возникнет заряд $q_2=-q_1$. Так как обкладки *2* и *3* изолированы от источника напряжения и от других проводников и как одно целое электрически нейтральны ($Q=0$), то появление заряда $q_2=-q_1$ на обкладке *2* повлечет за собой появление на обкладке *3* заряда $q_3=-q_2=-(-q_1)=q_1$, а это вызовет появление на обкладке *4* заряда $q_4=-q_1$. Таким образом, при последовательном соединении конденсаторов заряды на обкладках равны по величине. Это равенство зарядов выполняется независимо от количества соединенных последовательно конденсаторов, их емкости и напряжения, поданного на батарею. Из рисунка видно, что

$$U_1=\varphi_1-\varphi_2,\ U_2=\varphi_3-\varphi_4,\ U=\varphi_1-\varphi_4.$$

Учитывая, что поверхность проводника при стационарно распределенных зарядах на нем — эквипотенциальная поверхность ($\varphi_2=\varphi_3$), получаем

$$U_1+U_2=\varphi_1-\varphi_2+\varphi_2-\varphi_4=\varphi_1-\varphi_4=U,$$

т. е. напряжение, подведенное к батарее последовательно включенных конденсаторов, равно сумме напряжений на отдельных конденсаторах.

По формуле емкости конденсатора

$$C_1=\frac{q_1}{U_1},\ C_2=\frac{q_1}{U_2},\ C=\frac{q_1}{U},$$

где C — электроемкость батареи конденсаторов.

Используя предыдущие равенства, получаем

$$\frac{q_1}{C_1}+\frac{q_1}{C_2}=\frac{q_1}{C} \quad \text{или} \quad \frac{1}{C_1}+\frac{1}{C_2}=\frac{1}{C},$$

откуда емкость батареи

$$C=\frac{C_1C_2}{C_1+C_2},$$

а величина зарядов на обкладках конденсаторов

$$q_1=q_2=q_3=q_4=CU=\frac{C_1C_2U}{C_1+C_2}=1\cdot 10^{-4}\ \text{Кл}.$$

Напряжения

$$U_1=\frac{q_1}{C_1}=\frac{C_2U}{C_1+C_2}=50\ \text{В};$$

$$U_2=\frac{q_1}{C_2}=\frac{C_1U}{C_1+C_2}=25\ \text{В}.$$

Задача 76

В схеме, изображенной на рис. 66, найти заряды конденсаторов и напряжение на конденсаторе C_2.

Условие: $C_1=C$;
$C_2=2C$;
$C_3=3C$;
$C_4=4C$;
U.

q_1 — ? q_2 — ?
q_3 — ? q_4 — ?
U_2 — ?

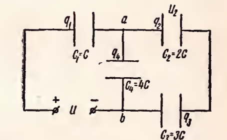


Рис. 66

Решение. Заряды последовательно соединенных конденсаторов C_2 и C_3 одинаковы: $q_2=q_3$, $q_1=q_2+q_4$ (см. предыдущую задачу).

Общая емкость конденсаторов C_2 и C_3

$$C'=\frac{C_2C_3}{C_2+C_3}=\frac{2C\cdot 3C}{5C}=\frac{6}{5}C.$$

Емкость участка батареи конденсаторов ab (параллельное соединение)

$$C_{ab}=C_4+C'=4C+\frac{6}{5}C=\frac{26}{5}C.$$

Емкость всей батареи (последовательное соединение)

$$C_б = \frac{C_1 C_{ab}}{C_1 + C_{ab}} = \frac{26}{31} C.$$

Отсюда

$$q_1 = C_б U = \frac{26}{31} CU.$$

Напряжение на участке ab является общим для емкостей C_4 и C'. Следовательно,

$$U_{ab} = \frac{q_4}{C_4}, \quad U_{ab} = \frac{q_2}{C'},$$

откуда

$$\frac{q_2}{C'} = \frac{q_4}{C_4} \quad \text{или} \quad \frac{5q_2}{6C} = \frac{q_4}{4C}, \quad q_2 = 0{,}3 q_4.$$

Используя найденные значения для q_1, q_2 и q_4, получаем

$$q_2 = q_3 = \frac{6}{31} CU, \quad q_4 = \frac{20}{31} CU.$$

Напряжение

$$U_2 = \frac{q_2}{C_2} = \frac{3}{31} U.$$

Задача 77

Между пластинами плоского конденсатора, заряженного до напряжения 1200 В, зажата стеклянная ($\varepsilon = 6$) пластинка толщиной 4 мм (рис. 67). Какова поверхностная плотность заряда на стекле?

Условие: $U = 1200$ В;
$\varepsilon = 6$;
$d = 4$ мм $= 4 \cdot 10^{-3}$ м.
σ_n — ?

Решение. Если бы между пластинами конденсатора не было диэлектрика, для создания того же поля напряженностью $E = \frac{U}{d}$ потребовалось бы подать на пластины заряд (см. задачу 72)

$$q_0 = \sigma_0 S = \varepsilon_0 E S = \varepsilon_0 \frac{U}{d} S.$$

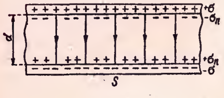


Рис. 67

При помещении между пластинами конденсатора диэлектрика он поляризуется, вследствие чего напряженность поля уменьшается. Для создания того же поля конденсатор надо дозарядить на величину поляризационных зарядов q_n. Тогда заряд на пластинах

$$q=q_0+q_n=\sigma S=\varepsilon_0\varepsilon ES=\varepsilon_0\varepsilon\frac{U}{d}S.$$

Отсюда

$$q_n=q-q_0=\frac{\varepsilon_0 SU}{d}(\varepsilon-1).$$

Тогда поверхностная плотность поляризационных зарядов

$$\sigma_n=\frac{q_n}{S}=\frac{\varepsilon_0 U}{d}(\varepsilon-1)\approx 1{,}33\cdot 10^{-5}\ \text{Кл/м}^2.$$

Задача 78

Заряженный шар радиусом 2 см соединяют тонким длинным проводником с незаряженным шаром, радиус которого 3 см. После того как шары разъединили, энергия второго шара оказалась равной 0,4 Дж. Какой заряд был на первом шаре до соединения? Электроемкостью соединительного проводника пренебречь.

Условие: $r_1=2$ см $=0{,}02$ м;
$r_2=3$ см $=0{,}03$ м;
$W=0{,}4$ Дж.

q — ?

Решение. Оба шара, если считать их уединенными, имеют емкости соответственно $C_1=4\pi\varepsilon_0 r_1$ и $C_2=4\pi\varepsilon_0 r_2$.

Заряд q, находящийся на первом шаре до соединения, после соединения распределится на обоих шарах так, чтобы их потенциалы стали одинаковыми:

$$\varphi_1=\frac{q_1}{C_1}=\varphi_2=\frac{q_2}{C_2}=\varphi,$$

где q_1 и q_2 — заряды на шарах после их соединения. Причем $q_1+q_2=q$.

Энергия второго шара после разъединения

$$W=\frac{C_2\varphi^2}{2}.$$

Используя все предыдущие равенства, получаем

$$q=4\pi\varepsilon_0(r_1+r_2)\sqrt{\frac{2W}{4\pi\varepsilon_0 r_2}}=2{,}7\cdot10^{-6}\ \text{Кл}.$$

Задача 79

Два одинаковых воздушных конденсатора ($C=10^3$ пФ) заряжены до напряжения $U=600$ В. Один из конденсаторов погружается в заряженном состоянии в керосин, после чего конденсаторы соединяются параллельно. Определить работу происходящего при этом разряда.

Условие: $C_1=C_2=C=10^3\ \text{пФ}=10^{-9}\ \Phi$;
$U=600$ В;
$\varepsilon=2$.

A — ?

Решение. До погружения в керосин энергия каждого конденсатора

$$W=\frac{q^2}{2C}.$$

После погружения одного конденсатора в керосин энергия его уменьшается в ε раз и суммарная энергия обоих конденсаторов

$$W_1=\frac{q^2}{2C}+\frac{q^2}{2C\varepsilon}=\frac{q^2(1+\varepsilon)}{2C\varepsilon}.$$

После параллельного соединения этих конденсаторов общий заряд пластин $Q=2q$, а емкость $C'=C+\varepsilon C=C(1+\varepsilon)$. Энергия этой батареи

$$W_2=\frac{Q^2}{2C'}=\frac{4q^2}{2C(1+\varepsilon)}.$$

Работа разряда будет равна изменению энергии конденсаторов:

$$A=\Delta W=W_2-W_1=\frac{4q^2}{2C(\varepsilon+1)}-\frac{q^2(1+\varepsilon)}{2C\varepsilon}=-\frac{q^2(\varepsilon-1)^2}{2C\varepsilon(\varepsilon+1)}.$$

Но заряд $q=CU$. Следовательно,

$$A=-\frac{CU^2(\varepsilon-1)^2}{2\varepsilon(\varepsilon+1)}=-3\cdot10^{-5}\ \text{Дж}.$$

Знак минус указывает, что работа разряда совершается за счет уменьшения энергии батареи конденсаторов.

Глава X

ПОСТОЯННЫЙ ЭЛЕКТРИЧЕСКИЙ ТОК
(до работы и мощности)

Программа

Электрический ток. Сила тока. Единицы силы тока. Условия возникновения электрического тока. Закон Ома для участка цепи, не содержащей э. д. с. Сопротивление проводников. Единица сопротивления. Удельное сопротивление. Зависимость удельного сопротивления от температуры. Реостаты. Последовательное и параллельное соединения проводников. Источники тока. Электродвижущая сила. Закон Ома для замкнутой цепи.

ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ И ЗАКОНЫ

§ 29. ЗАКОНЫ ПОСТОЯННОГО ТОКА

Электрическим током называется направленное (упорядоченное) движение электрических зарядов. Для возникновения и существования электрического тока необходимо: 1) создание и поддержание напряжения (разности потенциалов) между двумя точками и 2) создание проводящей цепи, по которой происходит перенос зарядов между этими точками, т. е. для получения длительного тока необходимо иметь электрическую цепь с источником тока.

За направление электрического тока принимается направление движения положительных зарядов. В металлических проводниках подвижными зарядами являются электроны, а в водных растворах солей, щелочей и кислот электрическим током является как поток положительно заряженных частиц (катионов), так и встречный ему поток отрицательных частиц (анионов). В полупроводниках ток создается не только потоком электронов проводимости (свободными электронами), но и встречным перемещением дырок, т. е. перемещением свободных мест в кристаллической решетке, появившихся вследствие ухода валентных электронов.

Величина, измеряемая количеством электричества, протекающего через поперечное сечение проводника за единицу времени, называется силой тока или просто током:

$$I=\frac{q}{t},$$

где I — ток в проводнике; t — время протекания заряда; q — заряд, протекающий через поперечное сечение проводника за время t.

В системе СИ за единицу тока принимается 1 ампер (А). Ампер является основной электрической единицей системы СИ

и определяется по магнитному действию тока (см. тему «Магнитное поле и электромагнитная индукция»). Единица заряда 1 кулон (Кл) является производной единицей, 1 Кл = 1 А·с.

Закон Ома для участка цепи гласит, что ток в проводнике прямо пропорционален напряжению на концах проводника:

$$I = kU.$$

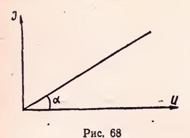


Рис. 68

Коэффициент пропорциональности k не зависит от приложенного напряжения и величины тока, а зависит от свойств проводника и называется проводимостью. За единицу проводимости в системе СИ принимается проводимость такого проводника, по которому протекает ток в 1 А при напряжении на концах проводника в 1 В. Эта единица проводимости называется сименсом.

Величина $R = \frac{1}{k}$, обратная проводимости, называется сопротивлением проводника и измеряется в омах:

$$1\ \text{Ом} = \frac{1}{1\ \text{См}}.$$

Выражая в формуле закона Ома проводимость k через сопротивление R, получим другой вид формулы закона Ома:

$$I = \frac{U}{R}.$$

Зависимость тока I от напряжения U графически изображается прямой линией (рис. 68). В выбранном масштабе тангенс угла наклона графика к оси абсцисс равен проводимости проводника:

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{I}{U} = k = \frac{1}{R}.$$

Несмотря на различную природу тока в металлах и электролитах, зависимость тока от напряжения для электролитов также подчиняется закону Ома. Ток в газах и полупроводниках не подчиняется закону Ома.

По закону Ома

$$U = IR.$$

Произведение IR называется падением напряжения на данном участке цепи. Следует помнить, что падение напряжения и напря-

жение не всегда совпадают. Например, в случае разрыва электрической цепи падение напряжения отсутствует, так как ток равен нулю, а напряжение между любыми двумя точками, находящимися по обе стороны разрыва, существует.

Сопротивление однородного проводящего стержня длиной l и сечением S

$$R=\rho\frac{l}{S},$$

где ρ — удельное сопротивление материала.

Для большинства металлов в довольно широком интервале температур существует зависимость

$$R_t=R_0(1+\alpha t),$$

где R_0 и R_t — сопротивления проводника при 0 и $t°$ С соответственно; α — термический коэффициент сопротивления.

Зависимость сопротивления электролитов, полупроводников и некоторых металлических сплавов от температуры более сложная, но вообще при увеличении температуры сопротивление металлов возрастает, а электролитов и полупроводников — уменьшается.

§ 30. ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОЕ И ПАРАЛЛЕЛЬНОЕ СОЕДИНЕНИЕ ПРОВОДНИКОВ

При последовательном соединении проводников величина тока в проводниках одинакова:

$$I_1=I_2=I_3=\ldots=I_n.$$

Полное напряжение U между началом первого и концом последнего проводников равно сумме напряжений на отдельных проводниках:

$$U=U_1+U_2+U_3+\ldots+U_n.$$

Напряжение на каждом из проводников пропорционально его сопротивлению:

$$U_1:U_2:U_3:\ldots:U_n=R_1:R_2:R_3:\ldots:R_n.$$

Общее сопротивление R равно сумме сопротивлений:

$$R=R_1+R_2+R_3+\ldots+R_n.$$

При параллельном соединении проводников напряжение на всех проводниках одинаково:

$$U_1=U_2=U_3=\ldots=U_n.$$

Полный ток равен сумме токов в отдельных проводниках:

$$I=I_1+I_2+I_3+\ldots+I_n.$$

Токи в отдельных проводниках пропорциональны проводимостям этих проводнников:

$$I_1:I_2:I_3:\ldots:I_n=k_1:k_2:k_3:\ldots:k_n.$$

Общая проводимость равна сумме проводимостей отдельных проводнников:

$$k=k_1+k_2+k_3+\ldots+k_n$$

нли

$$\frac{1}{R}=\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}+\frac{1}{R_3}+\ldots+\frac{1}{R_n}.$$

На основании законов последовательного н параллельного соединений рассчитываются шунты н добавочные сопротивления к электрнческим нзмерительным приборам.

§ 31. Э. Д. С. ИСТОЧНИКА ТОКА

Во внешней части электрической цепн электрические заряды под действием поля перемещаются от одного полюса источника к другому, стремясь при этом уменьшить разность потенциалов на полюсах. В источннке тока для поддержання постоянной разности потенциалов на полюсах необходимо непрерывно пополнять убыль положительных зарядов на положнтельном полюсе источника н отрицательных зарядов на отрицательном, т. е. переносить электрические заряды против сил электрического поля. Перенос электрическнх зарядов против сил электрического поля могут выполнять только силы неэлектростатической природы, так называемые сторонние силы. В гальванических элементах, например, разделение зарядов происходит за счет энергни химических реакцнй, протекающих между электродами н электролитом. Прн перенесенни положнтельного заряда q с отрицательного полюса источннка тока на положительный сторонние силы совершают работу A. Велнчина $E=\frac{A}{q}$ называется электродвижущей силой (э. д. с.) источника тока. Э. д. с. численно равна энергии, которой обладает каждая единнца положнтельного заряда, находящаяся на положительном полюсе источника, по отношению к отрицательному полюсу. Поэтому э. д. с. равна разностн потенциалов на полюсах разомкнутого источника. При замыкании нсточника тока на внешнюю цепь энергия указанной каждой еднницы заряда будет расходоваться на перемещение этого заряда по всей замкнутой цепи. Следовательно,

$$E=U_1+U_2,$$

где U_1 и U_2 — падение напряжения на внешнем и внутреннем участках цепи соответственно.

Это соотношение можно получить из закона Ома для полной цепи:

$$I = \frac{E}{R + r},$$

откуда

$$E = I(R + r) = IR + Ir = U_1 + U_2.$$

При последовательном соединении n одинаковых источников по закону Ома для полной цепи

$$I = \frac{nE}{R + nr},$$

при параллельном соединении

$$I = \frac{E}{R + \frac{r}{n}},$$

где I — ток в цепи; E — э. д. с. одного элемента; r — внутреннее сопротивление одного элемента; R — сопротивление внешнего участка цепи.

Вопросы для самоконтроля

1. Что называется электрическим током?
2. Какие условия необходимы для существования электрического тока?
3. Какой участок цепи называется внешним? внутренним?
4. Какова природа носителей электрического тока в твердых телах, жидкостях и газах?
5. Как получить электрический ток в вакууме?
6. Что называется силой тока и каковы единицы измерения этой величины?
7. Какова скорость распространения электрического тока в проводнике и соизмерима ли она со скоростью направленного движения зарядов при этом?
8. Что называется плотностью тока?
9. Что называется электродвижущей силой источника?
10. Каково устройство и принцип работы гальванических элементов и аккумуляторов?
11. Как формулируется закон Ома для участка цепи?
12. Что называется проводимостью и сопротивлением проводника? каковы единицы их измерения?
13. Как определяется сопротивление проводника и от чего оно зависит?
14. Что такое сверхпроводимость проводников?
15. Каковы законы последовательного и параллельного соединения проводников?
16. Как рассчитываются шунты и добавочные сопротивления к электрическим измерительным приборам?
17. Как выводится закон Ома для полной цепи?
18. Что называется коротким замыканием?
19. Чему равна э. д. с. и внутреннее сопротивление батареи элементов при различных соединениях элементов?
20. Запишите формулы закона Ома для полной цепи при различных соединениях элементов в батарею.

ПРИМЕРЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ

Задача 80

К алюминиевой проволоке массой 5,4 кг подведено напряжение 5,6 В. Какое поперечное сечение имеет проволока, если плотность тока в ней 0,2 А/мм²?

Условие: $m=5{,}4$ кг;
$U=5{,}6$ В;
$i=0{,}2$ А/мм² $=0{,}2\cdot10^6$ А/м²;
$\rho=0{,}028\cdot10^{-6}$ Ом·м;
$D=2{,}7\cdot10^3$ кг/м³.

S — ?

Решение. Сопротивление проводника $R=\rho\frac{l}{S}$, откуда $S=\frac{\rho l}{R}$. По закону Ома $I=\frac{U}{R}$. Следовательно,

$$R=\frac{U}{I}=\frac{U}{iS}.$$

Длину проводника определяем, зная его массу m и плотность материала D:

$$l=\frac{V}{S}=\frac{m}{DS}.$$

Решая все предыдущие равенства совместно, получаем

$$S=\frac{\rho ml}{DU}=2\cdot10^{-6}\text{ м}^2=2\text{ мм}^2.$$

Задача 81

Для изготовления электронагревателя на керамический цилиндр диаметром 10 см намотана никелиновая проволока диаметром 0,5 мм. Сколько витков на цилиндре нагревателя, если при температуре 800° С сопротивление его 48 Ом?

Условие: $d_1=10$ см $=0{,}1$ м;
$d_2=0{,}5$ мм $=0{,}5\cdot10^{-3}$ м;
$t=800°$ С;
$R_t=48$ Ом;
$\alpha=0{,}00021$ К⁻¹;
$\rho=0{,}4\cdot10^{-6}$ Ом·м.

n — ?

Решение. Сопротивление проводника в нагретом состоянии

$$R_t = R_0(1+\alpha t).$$

Сопротивление проводника при нуле градусов Цельсия

$$R_0 = \rho_0 \frac{l}{S} \approx \rho \frac{l}{S}.$$

Длина проводника

$$l = \pi d_1 n.$$

Сечение проводника

$$S = \frac{\pi d_2^2}{4}.$$

Решая совместно полученные равенства, найдем

$$n = \frac{R_t d_2^2}{4\rho d_1(1+\alpha t)} \approx 64 \text{ (витка)}.$$

Задача 82

Определить напряжение на зажимах источника тока, имеющего э. д. с. 2 В и внутреннее сопротивление 0,5 Ом, до и после подключения к нему внешнего сопротивления 4,5 Ом.

Условие: $E = 2$ В;
$r = 0,5$ Ом;
$R = 4,5$ Ом.

U_1 — ? U_2 — ?

Решение. До подключения к источнику внешнего сопротивления напряжение на зажимах источника равно э. д. с. источника:

$$U_1 = E = 2 \text{ В}.$$

Падение напряжения (IR) в этом случае равно нулю, так как ток отсутствует (цепь разомкнута). После подключения к источнику внешнего сопротивления напряжение на зажимах источника уменьшается на величину падения напряжения внутри источника:

$$U_2 = E - Ir.$$

Но $I = \frac{E}{R+r}$. Следовательно,

$$U_2 = E - \frac{Er}{R+r} = E\frac{R}{R+r} = 1,8 \text{ В}.$$

Подсчитаем падение напряжения во внешней цепи:

$$U = IR = \frac{ER}{R+r} = 1,8 \text{ В}.$$

Видим, что численное значение разности потенциалов на зажимах источника и падение напряжения во внешней цепи совпадают. Следует помнить, что это возможно только тогда, когда во внешней цепи нет других источников тока (внешняя цепь однородна).

Задача 83

Определить напряжение между точками A и B в схемах, указанных на рис. 69, если $E_1=2$ В, $E_2=1,5$ В, $r_1=0,6$ Ом и $r_2=0,4$ Ом. Сопротивлением соединительных проводов пренебречь.

Рис. 69

Условие: $E_1=2$ В;
$E_2=1,5$ В;
$r_1=0,6$ Ом;
$r_2=0,4$ Ом.

U_1 — ? U_2 — ?

Решение. Если источники соединены по схеме, изображенной на рис. 69, *а*, ток в цепи по закону Ома

$$I_1=\frac{E_1+E_2}{r_1+r_2}=3,5 \text{ А}.$$

Ток, текущий по замкнутой цепи против часовой стрелки, и э. д. с., создающую этот ток, условимся считать положительными, в противном случае — отрицательными. Тогда в первой схеме э. д. с. и токи положительны.

Напряжение между точками A и B можно считать напряжением на зажимах первого источника (E_1), тогда второй источник является внешней цепью. Следовательно,

$$U_1=E_1-I_1r_1=-0,1 \text{ В}.$$

Подсчитаем напряжение на зажимах второго источника:

$$U_1'=E_2-I_1r_2=0,1 \text{ В}.$$

Как видим, $U_1=-U_1'$ или $U_1=E_1-I_1r_1=-E_2+I_1r_2$.

Если соединить источники по схеме, изображенной на рис. 69, *б*, ток в цепи

$$I_2=\frac{E_1-E_2}{r_1+r_2}=0,5 \text{ А}.$$

При выбранном направлении обхода э. д. с. E_1 и ток I_2 положительны, а э. д. с. E_2 — отрицательна. Напряжение между точками A и B, как напряжение на зажимах первого источника,

$$U_2=E_1-I_2r_1=1,7 \text{ В}.$$

Напряжение на зажимах второго источника

$$U_2'=-E_2-I_2r_2=-(E_2+I_2r_2)=-1{,}7 \text{ В}.$$

Здесь также $U_2=-U_2'$ или $U_2=E_1-I_2r_1=E_2+I_2r_2$. Из анализа решения этой задачи следует:

1) если во внешней цепи имеются источники тока (внешняя цепь неоднородна), то напряжение на зажимах источника (U_1, U_2) не равно падению напряжения во внешней части цепи (I_1r_2, I_2r_1);

2) напряжение на зажимах источника равно разности э. д. с. этого источника и падения напряжения внутри его, если э. д. с. и ток, согласно выбору направления обхода, имеют одинаковые знаки, и равно сумме, если э. д. с. и ток противоположны по знакам.

Задача 84

n одинаковых источников тока соединены, как показано на рис. 70. Определить показание вольтметра. Сопротивлением проводов пренебречь, сопротивление вольтметра считать значительно большим внутреннего сопротивления источников.

Условие: $E_1=E_2=\ldots=E_n=E$;
$r_1=r_2=\ldots=r_n=r$.

$U-?$

Решение. Направление обхода против часовой стрелки примем положительным, тогда э. д. с. всех источников положительны и ток также положителен:

$$I=\frac{nE}{nr}=\frac{E}{r}.$$

Следовательно (см. предыдущую задачу),

$$U=2E-I2r=2(E-Ir)=2\left(E-\frac{E}{r}r\right)=0.$$

Если считать два источника между точками A и B внешней цепью, а остальные источники — внутренней, то

$$U=-(n-2)E+I(n-2)r=(n-2)(Ir-E)=0.$$

Вольтметр показывает нуль.

Задача 85

Определить заряд на конденсаторе (рис. 71), если $R_1=R_2=R_3=R=21$ Ом, $r=1$ Ом, $E=45$ В, $C=10$ мкФ.

Условие: $R_1=R_2=R_3=R=21$ Ом;
$r=1$ Ом;
$E=45$ В;
$C=10$ мкФ $=10\cdot10^{-6}$ Ф.

q — ?

Решение. В ветви OD ток отсутствует, следовательно, на сопротивлении R_1, включенном последовательно с конденсато-

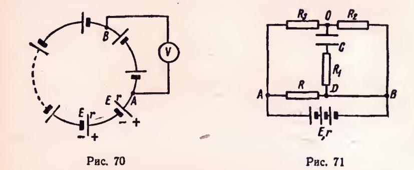


Рис. 70

Рис. 71

ром, отсутствует падение напряжения и напряжение на конденсаторе равно напряжению между точками O и D или между точками O и B, т. е. падению напряжения на сопротивлении R_2. Так как ветвь OD не проводит тока, сопротивление участка AB можно определить из соотношения

$$\frac{1}{R_{AB}}=\frac{1}{R}+\frac{1}{R_2+R_3}.$$

Общий ток

$$I=\frac{E}{R_{AB}+r}.$$

Ток I_2 в сопротивлении R_2 или R_3 можно определить из соотношения

$$\frac{I_2}{I-I_2}=\frac{R}{R_2+R_3}.$$

Падение напряжения на сопротивлении R_2

$$U_2=I_2R_2.$$

Заряд на конденсаторе

$$q=CU_2.$$

Решая совместно все предыдущие равенства, получаем

$$q=\frac{CERR_2}{R(R_2+R_3)+r(R+R_2+R_3)}=2{,}1\cdot10^{-4}\ \text{Кл}.$$

Задача 86

Миллиамперметр со шкалой от 0 до 15 мА имеет сопротивление, равное 5 Ом. Как должен быть включен прибор в комбинации с сопротивлением (и каким) для измерения: 1) сил токов от 0 до 0,15 А; 2) напряжения от 0 до 150 В?

Условие: $I_1 = 15$ мА $= 0{,}015$ А;
$R = 5$ Ом;
$I = 0{,}15$ А;
$U = 150$ В.

r — ? R_1 — ?

Рис. 72

Решение. Для измерения силы тока параллельно прибору необходимо подключить шунт (рис. 72, *а*), сопротивление которого r можно рассчитать по законам параллельного соединения проводников:

$$\frac{R}{r} = \frac{I_2}{I_1},$$

где I_2 — ток в шунте; I_1 — ток в миллиамперметре.

Сумма этих токов равна общему току:

$$I_1 + I_2 = I.$$

Решая последние два равенства совместно, получаем

$$r = \frac{I_1 R}{I - I_1} \approx 0{,}556 \text{ Ом}.$$

Для измерения напряжения последовательно прибору необходимо включить добавочное сопротивление R_1 (рис. 72, *б*). Сумма падений напряжений на добавочном сопротивлении и миллиамперметре равна измеряемому напряжению:

$$I_1 R_1 + I_1 R = U,$$

откуда

$$R_1 = \frac{U}{I_1} - R = 9995 \text{ Ом}.$$

ПЯТАЯ РАБОТА

Постоянный электрический ток (окончание). Магнитное поле и электромагнитная индукция. Переменный ток. Электромагнитные колебания и волны

Глава XI

РАБОТА И МОЩНОСТЬ ТОКА. ЭЛЕКТРОЛИЗ. ТОК В ГАЗАХ

Программа

Работа и мощность тока. Энергия электрического тока и ее превращение в другие виды энергии. Закон Джоуля — Ленца. Внесистемная единица работы и энергия тока — киловатт-час. Электролиз. Законы Фарадея для электролиза. Явление термоэлектронной эмиссии. Электрический ток в вакууме. Электронные лампы — диод и триод. Электронно-лучевая трубка.

ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ И ЗАКОНЫ

§ 32. РАБОТА И МОЩНОСТЬ ТОКА. ТЕПЛОВОЕ ДЕЙСТВИЕ ТОКА

При прохождении заряда $q=It$ по участку цепи электрическое поле совершает работу

$$A=Uq=UIt,$$

где $U=\varphi_1-\varphi_2$ — разность потенциалов электрического поля на концах проводника.

Если энергия электрического поля в проводнике переходит в тепло и при этом отсутствует ее превращение в другие виды (в механическую — в двигателе, в химическую — при зарядке аккумулятора и т. д.), то разность потенциалов численно равна падению напряжения на этом же участке:

$$U=IR.$$

Подставляя это выражение в формулу работы тока, получаем формулу закона Джоуля — Ленца:

$$Q=kI^2Rt.$$

Если разность потенциалов на участке цепи не равна падению напряжения на этом участке, т. е. на этом участке действуют

сторонние силы (э. д. с. индукции, э. д. с. поляризации при химической реакции и т. д.), количество выделяющегося тепла

$$Q=kI^2Rt$$

не равно работе электрического поля, определяемой по формуле

$$A=UIt.$$

В системе СИ работа электрического поля и тепловая энергия измеряются в джоулях, поэтому в законе Джоуля — Ленца коэффициент $k=1$.

Мощность тока, т. е. работа, совершаемая током в единицу времени,

$$P=\frac{A}{t}=UI.$$

Если электрический ток создает только тепловое действие, мощность тока

$$P=UI=I^2R=\frac{U^2}{R}.$$

Если источник с э. д. с. E и внутренним сопротивлением r замкнут на внешнее сопротивление R, мощность, развиваемая источником во внешней цепи,

$$P_1=UI=I^2R,$$

полная мощность, развиваемая источником,

$$P=IE=\frac{E^2}{R+r},$$

к. п. д. источника

$$\eta=\frac{P_1}{P}=\frac{U}{E}=\frac{IR}{I(R+r)}=\frac{R}{R+r}.$$

§ 33. ЭЛЕКТРИЧЕСКИЙ ТОК В ЭЛЕКТРОЛИТАХ

Согласно первому закону Фарадея, масса выделившегося при электролизе вещества пропорциональна заряду q, прошедшему через электролит:

$$m=kq=kIt,$$

где I — сила тока в цепи; t — время его прохождения; k — электрохимический эквивалент, численно равный количеству вещества, выделившемуся на электроде при прохождении через электролит единицы количества электричества.

Согласно второму закону Фарадея, электрохимические эквиваленты веществ прямо пропорциональны атомным массам

(весам) A этих веществ и обратно пропорциональны их валентностям n:

$$k=C\frac{A}{n}=Cx,$$

где $C=1{,}036\cdot10^{-5}$ г-экв/Кл — постоянная величина для всех веществ; $\frac{A}{n}=x$ — химический эквивалент вещества.

Величина, обратная ей,

$$F=\frac{1}{C}=96\,500 \text{ Кл/г-экв}=9{,}65\cdot10^{7} \text{ Кл/кг-экв}$$

называется числом Фарадея. Подставляя выражение для k в первый закон Фарадея, получаем объединенный закон Фарадея:

$$m=Cxq=\frac{1}{F}\cdot\frac{A}{n}It.$$

При решении задач следует учитывать, что вследствие химических реакций электролита с веществами, выделяющимися при электролизе, между электродами возникает дополнительная электродвижущая сила — э. д. с. поляризации. Эта э. д. с. уменьшает напряжение, подводимое к электродам. В некоторых задачах электродвижущей силой поляризации пренебрегают, а в некоторых — дают напряжение на зажимах ванны с учетом э. д. с. поляризации.

Вопросы для самоконтроля

1. Как определяется работа электрического тока на участке цепи? во всей цепи?
2. В каких единицах измеряется работа электрического тока в системе СИ?
3. Как определяется мощность электрического тока на участке цепи? во всей цепи?
4. В каких единицах измеряется мощность электрического тока в системе СИ?
5. Что такое киловатт и киловатт-час и каково их соотношение с единицами соответствующих величин в системе СИ?
6. Какими приборами измеряется мощность электрического тока и каковы схемы включения этих приборов?
7. Как определить к. п. д. источника тока, если известны внешнее и внутреннее сопротивления цепи?
8. Как формулируется закон Джоуля — Ленца и какими формулами его можно выразить?
9. Если соединить последовательно две одинаковые по размерам проволоки — алюминиевую и никелиновую, то в какой больше выделится тепловой энергии? во сколько раз?
10. Ответить на вопрос 9 для случая параллельного соединения тех же проволок.
11. На каком физическом явлении основана электрическая сварка металлов?

12. Что такое электролитическая диссоциация?
13. Что такое электролиз?
14. Как формулируется первый закон Фарадея и какова формула этого закона?
15. Каков физический смысл электрохимического эквивалента?
16. Как формулируется второй закон Фарадея и какова формула этого закона?
17. Чему равно число Фарадея и каков его физический смысл?
18. Как при помощи законов электролиза определить заряд иона?
19. Как производится рафинирование меди?
20. Как в промышленности получают алюминий?
21. Что такое гальваностегия и гальванопластика и где они используются?
22. Какова физическая природа электрического тока в газах? Как можно ионизировать газ?
23. Какие бывают виды разрядов в газах?
24. Что такое катодные лучи? каковы их природа и свойства?

ПРИМЕРЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ

Задача 87

Три проводника с одинаковыми сопротивлениями подключаются к источнику постоянного напряжения сначала параллельно, затем последовательно. В каком случае потребляется большая мощность и во сколько раз?

Условие: $n=3$.

$\frac{P_1}{P_2}$ — ?

Решение. При параллельном соединении n одинаковых сопротивлений общее сопротивление

$$R_1=\frac{R}{n}.$$

Мощность тока, потребляемая сопротивлением R_1,

$$P_1=\frac{U^2}{R_1}=\frac{nU^2}{R}.$$

При последовательном соединении общее сопротивление

$$R_2=nR.$$

Мощность, потребляемая этим сопротивлением,

$$P_2=\frac{U^2}{R_2}=\frac{U^2}{nR}.$$

Отношение мощностей

$$\frac{P_1}{P_2}=\frac{nU^2nR}{RU^2}=n^2=9.$$

Задача 88

Киинопроекционная лампа мощиостью 300 Вт рассчитаиа на иапряжеиие 110 В. Определить величину дополиительного сопротивлеиия, позволяющего включать ее в сеть с напряжеиием 127 В.

Условие: $P=300$ Вт;
$U=110$ В;
$U_0=127$ В.
R — ?

Решение. Ток в лампе и в дополиительном сопротивлеиии

$$I=\frac{P}{U}.$$

На дополиительном сопротивлении должно быть падение напряжения

$$U_1=U_0-U.$$

Исходя из закоиа Ома, величина дополиительиого сопротивления

$$R=\frac{U_1}{I}=\frac{(U_0-U)\,U}{P}\approx 6{,}2 \text{ Ом}.$$

Задача 89

Под каким иапряжеиием нужио передавать электрическую эиергию иа расстояиие 5 км, чтобы при плотности тока $2{,}5\cdot10^5$ А/м² в медиых проводах двухпроводиой лииии электропередачи потери в лииии составляли одии процеит от передаваемой мощиости?

Условие: $l=2\cdot5$ км$=1\cdot10^4$ м;
$i=2{,}5\cdot10^5$ А/м²;
$\rho=1{,}7\cdot10^{-8}$ Ом·м;
$k=0{,}01$.
U — ?

Решеиие. Мощность источиика, питающего лииию,

$$P=IU.$$

Согласио условию задачи, часть этой мощности пойдет на иагреваиие лииии передачи:

$$P_1=kP=I^2R.$$

Ток в линии передачи

$$I = iS,$$

где S — площадь поперечного сечения проводов линии.

Сопротивление линии

$$R = \frac{\rho l}{S}.$$

Решая совместно записанные уравнения, получаем

$$U = \frac{\rho i l}{k} = 4250 \text{ В}.$$

Задача 90

Батарея, замкнутая на сопротивление 2 Ом, дает ток 1,6 А. Та же батарея, замкнутая на сопротивление 1 Ом, дает ток 2 А. Найти потери мощности внутри батареи и к. п. д. батареи в обоих случаях.

Условие: $R_1 = 2$ Ом;
$I_1 = 1{,}6$ А;
$R_2 = 1$ Ом;
$I_2 = 2$ А.

P_1 — ? P_2 — ?
η_1 — ? η_2 — ?

Решение. Для первого случая можно записать

$$E = I_1 r + I_1 R_1,$$

для второго случая

$$E = I_2 r + I_2 R_2.$$

Решая совместно эти равенства, получаем

$$r = \frac{I_1 R_1 - I_2 R_2}{I_2 - I_1}, \quad E = \frac{I_1 I_2 (R_1 - R_2)}{I_2 - I_1}.$$

Мощность, которая теряется внутри источника, в первом случае

$$P_1 = I_1^2 r = \frac{I_1^2 (I_1 R_1 - I_2 R_2)}{I_2 - I_1} \approx 7{,}7 \text{ Вт},$$

во втором

$$P_2 = I_2^2 r = \frac{I_2^2 (I_1 R_1 - I_2 R_2)}{I_2 - I_1} = 12 \text{ Вт}.$$

Коэффициенты полезного действия:

$$\eta_1 = \frac{I_1^2 R_1}{I_1 E} = \frac{R_1(I_2 - I_1)}{I_2(R_1 - R_2)} = 40\%;$$

$$\eta_2 = \frac{I_2^2 R_2}{I_1 E} = \frac{R_2(I_2 - I_1)}{I_1(R_1 - R_2)} = 25\%.$$

Задача 91

Дуговая лампа горит под напряжением 50 В и потребляет мощность 500 Вт. На сколько градусов нагреются подводящие провода через одну минуту после включения лампы, если проводка выполнена медным проводом сечением 2 мм² и половина выделившейся теплоты отдана окружающим телам?

Условие: $U = 50$ В;
$P = 500$ Вт;
$t = 60$ с;
$S = 2$ мм² $= 2 \cdot 10^{-6}$ м²;
$\rho = 1{,}7 \cdot 10^{-8}$ Ом·м;
$\eta = 0{,}5$;
$c = 400$ Дж/(кг·К);
$D = 8{,}9 \cdot 10^3$ кг/м³.

Δt — ?

Решение. Количество тепловой энергии, выделившейся в подводящих проводах, и количество тепловой энергии, пошедшей на их нагревание, связаны соотношением

$$\eta = \frac{Q_1}{Q},$$

где $Q_1 = cm\Delta t$; $Q = I^2 R t$.

Масса нагревающегося провода

$$m = DSl,$$

где D — плотность меди; l — длина проводника.

Величину тока и сопротивление можно определить по формулам

$$I = \frac{P}{U}, \quad R = \rho \frac{l}{S}.$$

Записанные равенства позволяют определить, на сколько градусов нагреются подводящие провода:

$$\Delta t = \frac{\eta P^2 \rho t}{c D S^2 U^2} \approx 3{,}6^\circ \text{ C}.$$

Задача 92

При электролизе раствора серной кислоты за 1 ч выделилось 0,3 г водорода. Определить мощность, расходуемую на нагревание электролита, если сопротивление его 0,4 Ом.

Условие: $t=1$ ч$=3600$ с;
$m=0{,}3\cdot10^{-3}$ кг;
$k=0.01045\cdot10^{-6}$ кг/Кл;
$R=0{,}4$ Ом.

P — ?

Решение. Мощность, расходуемая на нагревание электролита,

$$P=I^2R.$$

Ток I можно определить из закона Фарадея для электролиза:

$$m=kIt.$$

Следовательно,

$$P=\frac{m^2R}{k^2t^2}\approx25\ \text{Вт}.$$

Задача 93

При электролизе воды через ванну протекло 5000 Кл электричества. Какова температура выделившегося кислорода, если он занимает объем 0,26 л при давлении $1{,}29\cdot10^5$ Па?

Условие: $q=5000$ Кл;
$V=0{,}25$ л;
$p=1{,}29\cdot10^5$ Па;
$D_0=1{,}429$ кг/м³;
$k=0{,}0829\cdot10^{-6}$ кг/Кл.

T — ?

Решение. По закону Фарадея масса выделившегося кислорода

$$m=kq.$$

Объем выделившегося кислорода при нормальных условиях

$$V_0=\frac{m}{D_0},$$

где D_0 — плотность кислорода при нормальных условиях.

Уравнение газового состояния, приведенное к нормальным условиям, имеет вид

$$\frac{pV}{T}=\frac{p_0V_0}{T_0}.$$

Решая совместно полученные уравнения, найдем

$$T=\frac{pVD_0T_0}{p_0kq}\approx 300\ \text{K}.$$

Глава XII
МАГНИТНОЕ ПОЛЕ И ЭЛЕКТРОМАГНИТНАЯ ИНДУКЦИЯ

Программа

Магнитное взаимодействие токов. Магнитное поле. Сила, действующая на проводник с током в магнитном поле. Индукция магнитного поля. Сила Лоренца. Электромагнитная индукция. Поток магнитной индукции. Электродвижущая сила индукции. Правило Ленца. Явление самоиндукции. Индуктивность. Единица индуктивности.

ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ И ЗАКОНЫ

§ 34. МАГНИТНОЕ ПОЛЕ

Магнитное поле создается движущимися электрическими зарядами. Если поместить прямолинейный проводник длиной l в однородное магнитное поле перпендикулярно к силовым линиям и пропустить по этому проводнику ток I, на проводник будет действовать сила $\vec{F}$, направление которой перпендикулярно к проводнику и силовым линиям. Направление этой силы $\vec{F}$ определяется правилом левой руки. Величина B, измеряемая отношением силы F к длине проводника l и к току в нем I, является постоянной для данного магнитного поля и называется магнитной индукцией этого поля:

$$B=\frac{F}{Il}.$$

Магнитная индукция поля — величина векторная. Она направлена по касательной к силовой магнитной линии в каждой точке поля. Если проводник расположен не перпендикулярно

к силовым линиям поля, т. е. между ними и направлением тока угол не равен 90°, то

$$B=\frac{F}{Il\sin\beta},$$

где β — угол между направлением тока и вектором B.

Магнитная индукция численно равна силе, действующей на единицу длины проводника, помещенного в магнитное поле перпендикулярно к силовым линиям, если по проводнику течет ток, равный единице.

В системе СИ за единицу магнитной индукции принимается 1 тесла (Т); это индукция такого поля, в котором на проводник длиной 1 м, расположенный перпендикулярно к силовым линиям, действует сила 1 Н, если по проводнику течет ток в 1 А:

$$[B]=\frac{[F]}{[I][l]}=\frac{\text{Н}}{\text{А}\cdot\text{м}}=\frac{\text{Нм}}{\text{А}\cdot\text{м}^2}=\frac{\text{Дж}}{\text{А}\cdot\text{м}^2}=\frac{\text{А}\cdot\text{В}\cdot\text{с}}{\text{А}\cdot\text{м}^2}=$$

$$=\frac{\text{В}\cdot\text{с}}{\text{м}^2}=\frac{\text{Вб}}{\text{м}^2}=\text{Т}.$$

Из формулы магнитной индукции следует, что на проводник длиной l с током I, помещенный в магнитное поле, индукция которого B, действует сила

$$F=BIl\sin\beta.$$

Потоком магнитной индукции Φ или просто магнитным потоком через площадку S называется физическая величина, измеряемая произведением индукции B однородного магнитного поля на площадь S плоской площадки, перпендикулярной к вектору $\vec{B}$. Если площадка S не перпендикулярна к силовым линиям, то

$$\Phi=BS\cos\gamma,$$

где γ — угол между вектором B и нормалью к площадке S.

Если $B=1$ Т, $S=1$ м²; $\cos\gamma=1$, то $\Phi=1\ \text{Т}\cdot1\ \text{м}^2\cdot1=1\ \text{Вб/м}^2\cdot1\ \text{м}^2=1$ Вб, т. е. за единицу магнитного потока в системе СИ принят такой поток, который создается однородным магнитным полем индукцией в 1 Т через площадку 1 м², расположенную перпендикулярно к силовым линиям поля. Эта единица называется вебером (Вб).

Магнитное поле, создаваемое электрическим током, характеризуется величиной, называемой напряженностью магнитного поля. Напряженность магнитного поля внутри тороидальной катушки, а также внутри цилиндрической катушки (соленоида), длина которой значительно больше ее диаметра, определяется по формуле

$$H=In,$$

где I — ток в катушке в амперах; n — число витков обмотки, приходящихся на единицу длины катушки (на 1 м); H — напряженность магнитного поля в А/м.

Напряженность магнитного поля в точке, отстоящей на расстоянии r от бесконечно длинного (практически очень длинного), тонкого, прямолинейного проводника, по которому течет ток I, определяется по формуле

$$H=\frac{I}{2\pi r}.$$

Напряженность магнитного поля связана с магнитной индукцией следующей формулой:

$$B=\mu\mu_0 H,$$

где μ — относительная магнитная проницаемость среды (число отвлеченное); $\mu_0=4\pi\cdot10^{-7}$ Г/м — магнитная постоянная или магнитная проницаемость вакуума:

$$[\mu_0]=\frac{[B]}{[H]}=\frac{\text{Вб}\cdot\text{м}}{\text{м}^2\cdot\text{А}}=\frac{\text{В}\cdot\text{с}}{\text{м}\cdot\text{А}}=\frac{\text{Ом}\cdot\text{с}}{\text{м}}=\frac{\text{Г}}{\text{м}}.$$

§ 35. ЭЛЕКТРОМАГНИТНАЯ ИНДУКЦИЯ

При изменении магнитного потока Φ, пронизывающего контур проводника, в этом контуре возникает электродвижущая сила E электромагнитной индукции, пропорциональная скорости изменения магнитного потока:

$$E=-k\frac{\Delta\Phi}{\Delta t},$$

где $\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}=\frac{\Phi_2-\Phi_1}{t_2-t_1}$ — скорость изменения магнитного потока, пронизывающего контур проводника; E — э. д. с. индукции, возникающая в проводнике; k — коэффициент пропорциональности, величина которого зависит от выбора системы единиц (в системе СИ $k=1$).

Знак минус в формуле отражает закон Ленца, согласно которому индукционный ток создает магнитный поток, препятствующий изменению магнитного потока, вызывающего э. д. с. индукции:

$$[E]=\frac{[\Delta\Phi]}{[\Delta t]}=\frac{\text{Вб}}{\text{с}}=\frac{\text{В}\cdot\text{с}}{\text{с}}=\text{В}.$$

При равномерном движении прямолинейного проводника в однородном магнитном поле в проводнике возникает э. д. с. индукции

$$E=Bvl\sin\alpha,$$

где B — магнитная индукция поля; v — скорость движения проводника; l — длина проводника; α — угол между векторами $\vec{v}$ и $\vec{B}$.

Ток I, протекающий по любому замкнутому проводнику, создает магнитный поток Φ, который пронизывает поверхность, ограниченную этим проводником. Если проводник неподвижен и магнитные свойства среды не меняются, магнитный поток Φ прямо пропорционален току I:

$$\Phi = LI,$$

где L — постоянная для данного проводника величина, называемая коэффициентом самоиндукции или индуктивностью проводника.

Если $I=1$ ед, то $L=\Phi$, т. е. индуктивность L численно равна магнитному потоку Φ при токе в проводнике, равном 1 ед. За единицу индуктивности в системе СИ принимается 1 генри (Г); это индуктивность такого проводника, в котором ток в 1 А создаст магнитный поток в 1 Вб:

$$[L] = \frac{[\Phi]}{[I]} = \frac{\text{Вб}}{\text{А}} = \frac{\text{В}\cdot\text{с}}{\text{А}} = \text{Ом}\cdot\text{с} = \text{Г}.$$

При равномерном изменении тока от I_1 до I_2 в контуре будет равномерно меняться магнитный поток от $\Phi_1 = LI_1$ до $\Phi_2 = LI_2$, вследствие чего в контуре возникает э. д. с. индукции, которая называется э. д. с. самоиндукции.

$$E = -\frac{\Delta\Phi}{\Delta t} = -\frac{\Phi_2 - \Phi_1}{\Delta t} = -\frac{LI_2 - LI_1}{\Delta t} = -\frac{L(I_2 - I_1)}{\Delta t} = -L\frac{\Delta I}{\Delta t}.$$

Если $\Delta I = 1$ А, $\Delta t = 1$ с, то $L = -E$, т. е. индуктивность проводника численно равна э. д. с. самоиндукции, возникающей в проводнике при изменении тока в нем на 1 А в 1 с. Если при такой скорости изменения тока э. д. с. самоиндукции $E = 1$ В, индуктивность этого проводника $L = 1$ В·с/А $= 1$ Ом·с $= 1$ Г.

При взаимодействии двух токов I_1 и I_2, текущих по бесконечно длинным прямым параллельным проводникам ничтожно малого кругового сечения, расположенным на расстоянии r друг от друга, сила F, действующая на участок проводника длиной l, определяется по формуле

$$F = \mu\mu_0 \frac{I_1 I_2}{2\pi r} l,$$

где μ — относительная магнитная проницаемость однородной среды, в которой находятся проводники.

Эта формула в системе СИ служит для определения одной из основных единиц этой системы — единицы силы тока — ампера.

Ампер есть сила неизменяющегося тока, который, протекая в каждом из двух параллельных прямолинейных проводников бесконечной длины и ничтожно малого кругового сечения, расположенных на расстоянии 1 м один от другого в вакууме, вызывает между этими проводниками силу взаимодействия, равную $2 \cdot 10^{-7}$ Н на каждый метр длины.

Величина энергии, запасенной в магнитном поле тока I, протекающего в проводнике индуктивностью L,

$$W = \frac{LI^2}{2}.$$

Вопросы для самоконтроля

1. Что является источником магнитного поля?
2. Как обнаружить магнитное поле тока?
3. Как взаимодействуют прямые параллельные проводники с током?
4. Что называется силовыми линиями магнитного поля?
5. Как определяется направление силовых линий магнитного поля? Какова картина силовых линий магнитного поля прямого тока? кругового тока? соленоидального тока?
6. Как формулируется правило буравчика и для чего оно применяется?
7. Как по направлению тока в витках катушки определить магнитные полюса катушки?
8. Как определяется направление силы, действующей на проводник с током в магнитном поле?
9. Что называется индукцией магнитного поля, каков ее физический смысл и в каких единицах она измеряется?
10. По какой формуле вычисляется сила, действующая на проводник с током в магнитном поле?
11. Как можно изменять магнитное поле катушки с током?
12. Что и как объясняет гипотеза Ампера?
13. Как определяется направление вектора индукции магнитного поля?
14. Какое магнитное поле называется однородным и как оно изображается графически?
15. Что называется потоком магнитной индукции, каков физический смысл этой величины и в каких единицах она измеряется?
16. По какой формуле вычисляется индукция магнитного поля прямого тока?
17. По какой формуле вычисляется индукция магнитного поля тороидальной катушки с током?
18. Чему равна магнитная постоянная? Что называется относительной магнитной проницаемостью среды?
19. Как выводится формула силы взаимодействия параллельных проводников с токами?
20. Как определяется единица тока 1 А?
21. Что характеризует напряженность магнитного поля и в каких единицах она измеряется?
22. Какова связь напряженности магнитного поля с магнитной индукцией?
23. На какие группы делятся все вещества по своим магнитным свойствам и каковы магнитные свойства каждой группы?
24. В чем сущность явления магнитного гистерезиса?
25. Где и для чего применяются магнитные материалы?
26. Какова природа магнитных свойств вещества?

27. Что такое электромагниты и для чего они применяются?

28. Каковы схема и принцип работы электромагнитного реле?

29. Каковы схематическое устройство и принцип работы магнитоэлектрических измерительных приборов? электромагнитных измерительных приборов?

30. Для чего служит, как устроен и как работает электромагнитный осциллограф?

31. Каковы схематические устройства и принцип работы микрофона, телефона и электродинамического громкоговорителя?

32. Почему магнитная стрелка устанавливается по направлению север — юг?

33. Какой полюс магнитной стрелки назван северным, какой — южным и почему?

34. Каково взаимное расположение магнитных и географических полюсов Земли?

35. Что такое магнитный меридиан, магнитное склонение, магнитное наклонение и области магнитной аномалии?

36. При помощи каких опытов можно наблюдать возникновение индукционных токов и какова сущность закона электромагнитной индукции?

37. Как объясняется возникновение э. д. с. индукции на основе электронной теории?

38. Какими способами можно определить направление индукционного тока? Как формулируется закон Ленца?

39. Какова формула э. д. с. индукции для витка? для катушки?

40. Какова формула э. д. с. индукции, возникающей в прямолинейном проводнике, движущемся в магнитном поле?

41. Как показать возникновение э. д. с. самоиндукции при замыкании и размыкании цепи постоянного тока?

42. Что такое индуктивность проводника и в каких единицах она измеряется?

43. Какова формула энергии магнитного поля тока?

ПРИМЕРЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ

Задача 94

Катушка длиной 40 см и диаметром 4 см содержит 2000 витков проволоки сопротивлением 15 Ом. Определить напряженность H и индукцию B магнитного поля внутри катушки, а также поток магнитной индукции Φ через площадь ее поперечного сечения, если к катушке подведено напряжение 6 В. В этой и последующих задачах, в условиях которых не указана среда, считать $\mu=1$.

Условие: $l=40$ см $=0{,}4$ м;
$N=2000$;
$R=15$ Ом;
$d=4$ см $=0{,}04$ м;
$U=6$ В.

H — ? B — ? Φ — ?

Решение. Напряженность магнитного поля внутри соленоида

$$H=In,$$

где $n=\frac{N}{l}$ — число витков на единицу длины соленоида.

По закону Ома ток

$$I=\frac{U}{R},$$

откуда

$$H=\frac{UN}{Rl}=2000 \text{ А/м}.$$

Индукция магнитного поля внутри катушки

$$B=\mu\mu_0 H=\frac{\mu\mu_0 UN}{Rl}\approx 2{,}5\cdot 10^{-3} \text{ Вб/м}^2.$$

Магнитный поток

$$\Phi=BS=\frac{\mu\mu_0 UN\pi d^2}{4Rl}\approx 3{,}2\cdot 10^{-6} \text{ Вб}.$$

Задача 95

По длинному проводу, протянутому перпендикулярно к плоскости магнитного меридиана, в направлении с востока на запад течет ток 12,56 А. Напряженность магнитного поля Земли в данном месте 40 А/м, угол магнитного наклонения 60°. Указать точку, в которой напряженность результирующего поля равна нулю.

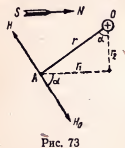


Рис. 73

Условие: $I=12{,}56$ А;
$H_0=40$ А/м;
$\alpha=60°$.

r_1 — ? r_2 — ?

Решение. Пусть плоскость чертежа (рис. 73) — плоскость магнитного меридиана, а направление вправо — направление на север. Тогда в северном полушарии вектор напряженности магнитного поля Земли H_0 будет направлен на север и вниз. Искомая точка в данном случае — точка A. В этой точке напряженность магнитного поля тока H и напряженность магнитного поля Земли H_0 равны по величине и противоположны по направлению: $\vec{H}=-\vec{H}_0$. Но напряженность магнитного поля тока

$$H=\frac{I}{2\pi r}.$$

Следовательно,

$$r=\frac{I}{2\pi H_0}.$$

Из рисунка находим:

$$r_1=r\sin\alpha,\quad r_2=r\cos\alpha,$$

откуда

$$r_1=\frac{I\sin\alpha}{2\pi H_0}=0{,}043\text{ м}=4{,}3\text{ см};$$

$$r_2=\frac{I\cos\alpha}{2\pi H_0}=0{,}025\text{ м}=2{,}5\text{ см}.$$

Таким образом, точка A лежит иа 2,5 см ниже и на 4,3 см южнее провода.

Эту задачу для южного полушария предлагаем читателям решить самостоятельно.

Задача 96

Проводник AB (рис. 74) длиной 0,6 м и сопротивлением 0,02 Ом под действием силы, действующей со стороны однородного магнитного поля с индукцией 1,6 Т, движется равномерно со скоростью 0,5 м/с по медным шинам MN. Шины подключены к источнику с э. д. с. 0,96 В и внутренним сопротивлением 0,01 Ом. Поле перпендикулярно к плоскости, в которой лежат медные шины. Определить силу тока в проводнике, мощность, развиваемую движущимся проводником, и мощность, расходуемую на нагревание проводника. Сопротивлением медных шин пренебречь.

Условие: $l=0{,}6$ м;
$R=0{,}02$ Ом;
$B=1{,}6$ Т;
$v=0{,}5$ м/с;
$E_0=0{,}96$ В;
$r=0{,}01$ Ом.

I — ? P_1 — ?
P_2 — ?

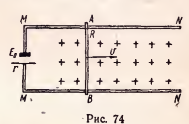


Рис. 74

Решение. При движении проводника AB в нем будет возникать э. д. с. индукции

$$E=Blv\sin\alpha.$$

По условию задачи угол $\alpha=90°$, т. е. $\sin\alpha=1$. Э. д. с. по закону Ленца будет направлена против э. д. с. источника E_0. При этом ток в цепи по закону Ома

$$I=\frac{E_0-E}{R+r}=\frac{E_0-Blv}{R+r}=16\text{ А}.$$

На проводник AB будет действовать сила

$$F=IBl\sin\beta.$$

По условию задачи $\sin\beta=1$.

При равномерном движении мощность определяется произведением силы F на скорость движения проводника v:

$$P_1=Fv=IBlv=\frac{(E_0-Blv)Blv}{R+r}\approx 7{,}7\text{ Вт}.$$

Мощность, расходуемая на нагревание проводника,

$$P_2=I^2R=\frac{(E_0-Blv)^2R}{(R+r)^2}\approx 5{,}1\text{ Вт}.$$

Задача 97

Горизонтальный металлический стержень длиной 0,5 м вращается вокруг вертикальной оси, проходящей через один из его концов, делая два оборота в секунду. Определить разность потенциалов между концами стержня, если вертикальная составляющая напряженности магнитного поля Земли равна 40 А/м.

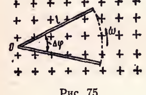


Рис. 75

Условие: $l=0{,}5$ м;
$n=2$ об/с;
$H=40$ А/м.

E — ?

Решение. При вращении стержень пересекает магнитные силовые линии поля и в нем возникает э. д. с. индукции, величина которой

$$E=\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}=\frac{B\Delta S}{\Delta t},$$

где ΔS — площадь, описываемая стержнем за время Δt.

При повороте стержня на угол $\Delta\varphi$ (в радианах) за время Δt (рис. 75) стержень опишет площадь ΔS, а за один оборот (угол 2π рад) — площадь πl^2. На основании этого можно составить пропорцию

$$\frac{\Delta\varphi}{2\pi}=\frac{\Delta S}{\pi l^2},$$

откуда

$$\Delta S=\frac{l^2\Delta\varphi}{2}.$$

Подставим последнее выражение в формулу э. д. с. индукции:

$$E=\frac{Bl^2\Delta\varphi}{2\Delta t}.$$

Учитывая, что $\frac{\Delta\varphi}{\Delta t}=\omega=2\pi n$ (угловая скорость вращения стержня) и $B=\mu_0 H$, окончательно получаем

$$E=\frac{Bl^2\omega}{2}=\pi\mu_0 nHl^2\approx 7{,}9\cdot 10^{-5}\ \text{В}.$$

Задача 98

На рис. 76 изображено сечение двух параллельных бесконечно длинных проводников с токами плоскостью чертежа. Расстояние AB между проводниками равно 10 см. Токи $I_1=6{,}28$ А, $I_2=12{,}56$ А. Какова напряженность магнитного поля в точке M_1? Каково положение точки, в которой напряженность поля равна нулю? Расстояние $AM_1=4$ см.

Условие: $l=0{,}1$ м;
$I_1=6{,}28$ А;
$I_2=12{,}56$ А;
$r_1=0{,}04$ м.

H — ? r_2 — ?

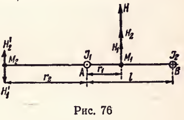


Рис. 76

Решение. Векторы напряженностей магнитных полей, создаваемых токами I_1 и I_2 на прямой, проходящей через центры проводов, будут перпендикулярны к этой прямой, при этом на отрезке AB между токами векторы будут направлены в одну сторону, в нашей задаче вверх, а на полуотрезках справа и слева от проводников с током — в противоположные стороны. Следовательно, в точке M_1 напряженность суммарного магнитного поля

$$H=H_1+H_2=\frac{I_1}{2\pi r_1}+\frac{I_2}{2\pi(l-r_1)}\approx 58\ \text{А/м}.$$

Чтобы напряженность суммарного магнитного поля в какой-либо точке равнялась нулю, необходимо, чтобы в этой точке векторы напряженностей полей, создаваемых токами I_1 и I_2, были противоположны по направлению и равны по величине. Такая точка может быть только на полуотрезке прямой, проходящей через центры проводников, со стороны меньшего тока, т. е. I_1. Пусть это будет точка M_2. В этой точке по условию задачи

$$H_1'=H_2' \quad \text{или} \quad \frac{I_1}{2\pi r_2}=\frac{I_2}{2\pi(r_2+l)},$$

откуда

$$r_2=\frac{I_1 l}{I_2-I_1}=0{,}1\ \text{м}.$$

Задача 99

В катушке без сердечника за 0,01 с ток возрос от 1 до 2 А, при этом в катушке возникла э. д. с. самоиндукции 20 В. Определить коэффициент самоиндукции и изменение энергии магнитного поля катушки.

Условие: $\Delta t = 0{,}01$ с;
$I_1 = 1$ А;
$I_2 = 2$ А;
$E = 20$ В.

L — ? ΔW — ?

Решение. Э. д. с. самоиндукции

$$E = -L\frac{\Delta I}{\Delta t},$$

откуда

$$L = \frac{E\Delta t}{\Delta I} = \frac{E\Delta t}{I_2 - I_1} = 0{,}2 \text{ Г}.$$

Изменение энергии магнитного поля

$$\Delta W = W_2 - W_1 = \frac{LI_2^2}{2} - \frac{LI_1^2}{2} = \frac{E\Delta t\,(I_2^2 - I_1^2)}{2(I_2 - I_1)} =$$

$$= \frac{E\Delta t\,(I_2 + I_1)}{2} = 0{,}3 \text{ Дж}.$$

Глава XIII

ПЕРЕМЕННЫЙ ТОК. ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫЕ КОЛЕБАНИЯ И ВОЛНЫ

Программа

Электромагнитные колебания. Колебательный контур. Превращение энергии в колебательном контуре. Зависимость периода колебаний в контуре от индуктивности и емкости (без математического вывода). Переменный ток. Генератор переменного тока. Период и частота переменного тока. Действующее значение напряжения и силы тока. Трансформатор. Передача и распределение энергии. Использование диода для выпрямления переменного тока. Ламповый генератор тока. Излучение и прием электромагнитных волн. Свойство электромагнитных волн. Изобретение радио А. С. Поповым.

ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ И ЗАКОНЫ

§ 36. ПЕРЕМЕННЫЙ ТОК

В генераторах, установленных на электростанциях и дающих ток для промышленных и бытовых нужд, всегда возникает переменная э. д. с., изменяющаяся во времени по синусоидальному закону:

$$e = E_0 \sin(\omega t + \varphi_0),$$

где e — мгновенное значение э. д. с.; E_0 — максимальное (амплитудное) значение ее; $\omega t + \varphi_0$ — фаза колебаний э. д. с.; $\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi f$ — круговая частота; φ_0 — начальная фаза, величина которой зависит от выбора начала отсчета времени t, входящего в формулу фазы колебаний.

Напряжение на зажимах генератора переменного тока изменяется по такому же закону:

$$u = U_0 \sin(\omega t + \varphi_0).$$

В дальнейшем начальную фазу φ_0 будем считать равной нулю. Тогда значения э. д. с. и напряжения будут иметь вид:

$$e = E_0 \sin \omega t = E_0 \sin \frac{2\pi}{T} t = E_0 \sin 2\pi f t;$$

$$u = U_0 \sin \omega t = U_0 \sin \frac{2\pi}{T} t = U_0 \sin 2\pi f t.$$

Частота переменной э. д. с. f всех электростанций СССР по принятому государственному стандарту равна 50 Гц, т. е. период $T = 0{,}02$ с.

Если к генератору переменной э. д. с., на зажимах которого существует напряжение $u = U_0 \sin \omega t$, подключить внешнюю цепь, то в ней будет течь ток

$$i = I_0 \sin(\omega t - \varphi),$$

где φ — разность (сдвиг) фаз между током и напряжением, зависящая от вида нагрузки во внешней цепи.

Действующие (эффективные) значения э. д. с. E, напряжения U и тока I связаны с их максимальными (амплитудными) значениями следующими соотношениями:

$$E = \frac{E_0}{\sqrt{2}}, \quad U = \frac{U_0}{\sqrt{2}}, \quad I = \frac{I_0}{\sqrt{2}}.$$

Если к источнику напряжения $u = U_0 \sin \omega t$ последовательно подключить активное сопротивление R, электроемкость C и индуктивность L, закон Ома для такой цепи примет вид

$$I = \frac{U}{\sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}} = \frac{U}{Z}.$$

Величина $Z = \sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}$ называется полным сопротивлением цепи. Величина $X_L = \omega L = 2\pi f L$ называется индуктивным, $X_C = \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{2\pi f C}$ — емкостным, $X_L - X_C = \omega L - \frac{1}{\omega C}$ — полным реактивным сопротивлением переменному току. Если круговая частота ω измеряется в радианах в секунду, индуктивность L в генри, электроемкость C в фарадах и активное сопротивление R в омах, то реактивные сопротивления X_L и X_C измеряются в омах реактивных, а Z в омах.

Разность (сдвиг) фаз между током и напряжением φ вычисляется по формуле

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{\omega L - \frac{1}{\omega C}}{R}.$$

Для цепи, содержащей только активное сопротивление ($R \neq 0$, $X_L = \omega L = 0$, $X_C = \frac{1}{\omega C} = 0$),

$$Z = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2} = R; \quad \operatorname{tg} \varphi = 0, \quad \varphi = 0.$$

Тогда ток $i = I_0 \sin(\omega t - \varphi) = I_0 \sin \omega t$, т. е. колебания тока и напряжения по фазе совпадают.

Для цепи, содержащей только индуктивное сопротивление ($X_L = L\omega \neq 0$, $R = 0$, $X_C = 0$), $Z = \omega L$, $\operatorname{tg} \varphi = +\infty$, $\varphi = +\frac{\pi}{2}$ и $i = I_0 \sin\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right)$, т. е. колебания тока отстают от колебаний напряжения по фазе на $\frac{\pi}{2}$, по времени — на четверть периода.

Для цепи, содержащей только емкостное сопротивление ($R = 0$, $X_L = 0$, $X_C = \frac{1}{\omega C} \neq 0$), $Z = \frac{1}{\omega C}$; $\operatorname{tg} \varphi = -\infty$, $\varphi = -\frac{\pi}{2}$ и $i = I_0 \sin\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right)$, т. е. колебания тока опережают колебания напряжения по фазе на $\frac{\pi}{2}$, по времени — на четверть периода.

Реальные цепи переменного тока обладают всеми видами

сопротивлений, следовательно, сдвиг фаз между током и напряжением для реальных цепей может быть в пределах от $-\frac{\pi}{2}$ до $+\frac{\pi}{2}$.

При условии, что $X_L - X_C = 0$, ток в данной цепи достигнет максимального значения: $I = \frac{U}{Z} = \frac{U}{R}$ (электрический резонанс). Из условия резонанса $(X_L - X_C = 0)$ получим $\omega L = \frac{1}{\omega C}$. Следовательно,

$$\omega = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

или

$$T = 2\pi\sqrt{LC}.$$

Таким образом, в цепи, обладающей индуктивностью L и емкостью C, резонанс наступает тогда, когда круговая частота ω или период колебаний T приложенного напряжения связаны с L и C вышеуказанными соотношениями.

Различают резонанс напряжений и резонанс токов. Резонанс напряжений имеет место при последовательном соединении индуктивности L и емкости C. В этом случае напряжения на L и C могут возрастать до величин, значительно превышающих напряжение, подводимое ко всей цепи.

Резонанс токов имеет место при параллельном соединении индуктивности и емкости (колебательный контур). При этом токи, протекающие в ветвях, содержащих индуктивность и емкость, могут значительно превышать ток, текущий в неразветвленной части цепи. При прохождении по проводнику с активным сопротивлением R переменного тока I в течение времени t выделяется количество теплоты $Q = I^2Rt$, при этом на индуктивном и емкостном сопротивлениях тепло не выделяется.

Отношение активной мощности в цепи переменного тока P к полной мощности $P_1 = IU$ называется коэффициентом мощности $(\cos\varphi)$:

$$\frac{P}{P_1} = \cos\varphi \quad \text{или} \quad P = IU\cos\varphi,$$

где φ — сдвиг фаз между током и напряжением.

Для преобразования переменного тока одного напряжения в переменный ток другого напряжения применяются трансформаторы. Между напряжениями (U_2, U_1) вторичной и первичной обмоток трансформатора и числом витков в них (n_2, n_1) существует соотношение

$$\frac{U_2}{U_1} = \frac{n_2}{n_1} = k,$$

где k — коэффициент трансформации трансформатора.

Коэффициент полезного действия

$$\eta = \frac{P_2}{P_1} = \frac{I_2U_2}{I_1U_1}$$

мощных промышленных трансформаторов близок к единице, поэтому для таких трансформаторов мощность P_2, снимаемая с трансформатора, приблизительно равна мощности P_1, подаваемой на трансформатор: $P_2 \approx P_1$, или $I_2U_2 \approx I_1U_1$, или $\frac{U_2}{U_1} = \frac{I_1}{I_2} = k$.

Если $U_2 > U_1 (I_2 < I_1)$, трансформатор называется повышающим, если $U_2 < U_1 (I_2 > I_1)$ — понижающим.

§ 37. ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫЕ КОЛЕБАНИЯ И ВОЛНЫ

Всякое неравномерное изменение электрического поля вызывает появление в окружающем пространстве изменяющегося во времени и пространстве магнитного поля, которое в свою очередь вызывает появление изменяющегося во времени и пространстве электрического поля, и т. д. Совокупность переменного электрического и неразрывно связанного с ним переменного магнитного поля называется электромагнитным полем.

Электромагнитные колебания распространяются в пространстве в виде электромагнитных волн. Векторы напряженностей электрического (E) и магнитного (H) полей в электромагнитной волне перпендикулярны друг к другу и направлению распространения волны, т. е. электромагнитные волны являются поперечными.

Скорость распространения электромагнитных волн в любой среде

$$v = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0 \varepsilon \mu_0 \mu}},$$

в вакууме ($\varepsilon = 1$, $\mu = 1$)

$$v_0 = c = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0 \mu_0}} = 3 \cdot 10^8 \text{ м/с}.$$

Длина волны в вакууме

$$\lambda = cT = \frac{c}{f},$$

где T — период колебаний; f — частота колебаний.

Если на пути распространения электромагнитных волн находится проводник (например, антенна приемника), то в нем будет индуцироваться переменная э. д. с. частотой колебаний f.

Источником электромагнитных колебаний и волн являются переменные токи. Период собственных колебаний тока в колебательном контуре определяется по формуле Томсона:

$$T = 2\pi \sqrt{LC},$$

где L — индуктивность в генри; C — емкость в фарадах; T — период в секундах.

В колебательном контуре происходит преобразование энергии электрического поля конденсатора в энергию магнитного поля катушки, и наоборот.

Вопросы для самоконтроля

1. Как можно получить переменный ток?
2. Что такое период, частота и фаза переменного тока?
3. Каков принцип работы генератора переменного тока?
4. Что называется эффективным значением переменного тока? Какова связь эффективных значений э. д. с., напряжения и тока с их амплитудными значениями?
5. По какой формуле определяется индуктивное сопротивление цепи переменному току?
6. По какой формуле определяется емкостное сопротивление цепи переменному току?
7. По какой формуле определяется сдвиг фаз между током и напряжением в цепях переменного тока?
8. По какой формуле вычисляется мощность переменного тока? Что называется коэффициентом мощности?
9. Как устроена двухэлектродная электронная лампа? Какова анодная характеристика такой лампы?
10. Как используется диод для выпрямления переменного тока?
11. Как устроен генератор постоянного тока? Какова роль коллектора в генераторе?
12. Почему при передаче электроэнергии используют высокое напряжение?
13. Как устроен трансформатор и как он работает в режиме холостого хода?
14. Что называется коэффициентом трансформации трансформатора и как работает трансформатор в режиме нагрузки?
15. Что называется колебательным контуром? Каковы превращения энергии в колебательном контуре?
16. Что называется электромагнитными колебаниями?
17. По какой формуле рассчитывается период собственных электрических колебаний в колебательном контуре?
18. Как устроена трехэлектродная электронная лампа и что такое сеточная характеристика лампы?
19. Что такое затухающие и незатухающие колебания?
20. Как получить незатухающие электромагнитные колебания?
21. Чем отличаются вынужденные электромагнитные колебания от свободных? В чем заключается сущность электромагнитного резонанса?
22. Что такое электромагнитное поле и электромагнитные волны?
23. Какова скорость распространения электромагнитных волн и как она связана с длиной волны и периодом колебаний (или частотой)?
24. Что такое открытый колебательный контур?
25. В чем заключается сущность модуляции и детектирования электромагнитных колебаний?
26. Как устроен и как работает простейший детекторный приемник? простейший ламповый приемник?
27. Каков принцип работы электронно-лучевой трубки в электронном осциллографе?
28. Каков принцип действия радиолокатора?

ПРИМЕРЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ

Задача 100

В магнитном поле с индукцией 0,5 Т вращается со скоростью 300 об/мин прямоугольная рамка, имеющая площадь 400 см². Определить период и максимальное значение э. д. с. в рамке, если ось вращения перпендикулярна к полю.

Условие: $n=300$ об/мин$=5$ об/с;
$S=400$ см²$=4\cdot10^{-2}$ м²;
$B=0{,}5$ Т.

T — ? E_0 — ?

Решение. Пусть длина рамки a, ширина b, тогда площадь рамки $S=ab$ (рис. 77). При вращении рамки э. д. с. индукции возникает только в сторонах рамки a, так как только они пересекают силовые линии магнитного поля. Мгновенное значение э. д. с. в рамке $e=Bvl\sin\alpha$, где $l=2a$; v — линейная скорость движения каждой стороны рамки a; $\alpha=\omega t=2\pi nt$ — угол поворота рамки за время t, если начало отсчета t принять в момент времени, когда плоскость рамки перпендикулярна к полю.

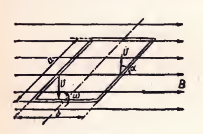


Рис. 77

Линейная скорость движения стороны a

$$v=\omega R=2\pi n\frac{b}{2}.$$

Следовательно,

$$e=B2\pi n\frac{b}{2}2a\sin 2\pi nt=2\pi BnS\sin\omega t,$$

где $2\pi BnS=E_0$ — амплитудное значение э. д. с. индукции в рамке; $\alpha=\omega t=\frac{2\pi}{T}t$ — фаза колебаний э. д. с.; $T=\frac{1}{n}$ — период колебаний э. д. с.

Подставив численные значения, получим:

$$E_0=2\pi BnS\approx0{,}63\text{ В};$$

$$T=\frac{1}{n}=0{,}2\text{ с}.$$

Задача 101

Найти индуктивность катушки, если амплитуда переменного напряжения на ее концах 157 В, амплитуда тока в ней 5 А и частота тока 50 Гц. Активным сопротивлением катушки пренебречь.

Условие: $U_0 = 157$ В;
$I_0 = 5$ А;
$f = 50$ Гц.

L — ?

Решение. Так как емкостное сопротивление X_C и активное сопротивление R равны нулю, полное сопротивление

$$Z = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2} = X_L = \omega L = 2\pi f L.$$

С другой стороны, по закону Ома $Z = \frac{U_0}{I_0}$. Следовательно,

$$L = \frac{U_0}{2\pi f I_0} = 0{,}1 \text{ Г}.$$

Задача 102

К городской сети переменного тока с эффективным напряжением 127 В присоединена цепь, состоящая из последовательно включенного активного сопротивления 100 Ом и конденсатора емкостью 40 мкФ. Определить амплитуду тока в цепи.

Условие: $U = 127$ В;
$R = 100$ Ом;
$C = 40$ мкФ.

I_0 — ?

Решение. Частота переменного тока городских сетей Советского Союза $f = 50$ Гц. Емкостное сопротивление

$$X_C = \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{2\pi f C}.$$

Полное сопротивление по закону Ома

$$Z = \sqrt{R^2 + X_C^2} = \frac{U}{I}.$$

Амплитудное значение тока

$$I_0 = I\sqrt{2}.$$

Решая совместно все приведенные уравнения, получаем

$$I_0 = \frac{U\sqrt{2}}{\sqrt{R^2 + \frac{1}{4\pi^2 f^2 C^2}}} \approx 1{,}4 \text{ А}.$$

Задача 103

К источнику переменного напряжения $u = 300 \sin 200\pi t$ В подключили последовательно катушку индуктивностью 0,5 Г, конденсатор емкостью 10 мкФ и активное сопротивление 100 Ом. Определить амплитудное значение тока, сдвиг фаз между током и напряжением, коэффициент мощности и потребляемую мощность.

Условие: $u = 300 \sin 200\pi t$ В;
$L = 0{,}5$ Г;
$C = 10$ мкФ;
$R = 100$ Ом.

I_0 — ? φ — ? $\cos\varphi$ — ?
P — ?

Решение. Из заданного уравнения переменного напряжения видно, что амплитудное значение напряжения $U_0 = 300$ В, круговая частота $\omega = 200\pi$ рад/с. Амплитудное значение тока определим по закону Ома:

$$I_0 = \frac{U_0}{Z} = \frac{U_0}{\sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}} \approx 1{,}65 \text{ А}.$$

Сдвиг фаз φ между током и напряжением определим по формуле

$$\operatorname{tg}\varphi = \frac{\omega L - \frac{1}{\omega C}}{R} \approx 1{,}55,$$

откуда $\varphi \approx 57°$. Коэффициент мощности $\cos\varphi \approx 0{,}54$.

Потребляемая мощность

$$P = IU\cos\varphi = \frac{I_0}{\sqrt{2}} \cdot \frac{U_0}{\sqrt{2}} \cos\varphi \approx 134 \text{ Вт}.$$

Задача 104

Определить емкость конденсатора колебательного контура, если известно, что при индуктивности 100 мкГ контур настроен в резонанс на электромагнитные колебания с длиной волны 300 м.

Условие: $L = 100$ мкГ $= 10^{-4}$ Гн;
$\lambda = 300$ м;
$v_0 = 3 \cdot 10^8$ м/с.

$C - ?$

Решение. Период собственных колебаний в колебательном контуре $T = 2\pi\sqrt{LC}$. При резонансе период электромагнитных колебаний равен периоду собственных колебаний:

$$T = \frac{\lambda}{v_0} = 2\pi\sqrt{LC},$$

откуда

$$C = \frac{\lambda^2}{4\pi^2 L v_0^2} = 2{,}5 \cdot 10^{-10}\ \Phi = 250\ \text{п}\Phi.$$

ШЕСТАЯ
РАБОТА

Оптика и атомная физика

Глава XIV
ГЕОМЕТРИЧЕСКАЯ ОПТИКА

Программа

Источники света. Прямолинейность распространения света. Скорость света и ее опытное определение. Законы отражения света. Построение изображений в сферических зеркалах. Фокус зеркала. Законы преломления света. Показатель преломления. Полное отражение. Ход лучей в призме. Предельный угол. Собирающие и рассеивающие линзы; формула линзы. Построение изображения в линзах. Проекционный аппарат. Фотоаппарат. Лупа. Ход лучей в этих приборах.

ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ И ЗАКОНЫ

§ 38. ПРЯМОЛИНЕЙНОЕ РАСПРОСТРАНЕНИЕ СВЕТА. СКОРОСТЬ СВЕТА

1. Оптика — это учение о свете и его взаимодействии с веществом. Электромагнитные волны с длинами 760—400 нм вызывают зрительное ощущение и поэтому называются видимым светом. При таких малых длинах волн волновая природа света проявляется не всегда. В однородных средах свет распространяется прямолинейно.

Одним из основных вопросов, которые рассматриваются в оптике, является вопрос о распространении энергии, переносимой световыми (электромагнитными) волнами. В тех случаях, когда размеры участвующего в переносе энергии участка световой волны велики по сравнению с ее длиной, рассмотрение световых волн можно заменить рассмотрением световых лучей. Этот метод называют методом оптики лучей, или геометрической оптики.

Световой луч — это геометрическая линия, проведенная перпендикулярно к волновому фронту и показывающая направление распространения волнового возмущения (волновой фронт представляет собой геометрическое место точек, достигаемых волновым возмущением в один и тот же момент времени). Фазы колебаний во всех точках волнового фронта одинаковы.

Нельзя отождествлять световые пучки и световые лучи. Световой пучок — это часть световой волны, переносящей световую энергию в заданном направлении, которое и принимают за направление светового пучка. При безграничном сужении светового пучка наступает нарушение закона прямолинейного распространения света. При замене светового пучка описывающим его световым лучом последний нужно брать совпадающим с осью достаточно узкого, остающегося при этом конечной ширины (размер поперечного сечения значительно больше длины волны), светового пучка.

Различают расходящиеся, сходящиеся и параллельные световые пучки. Часто употребляют термины «пучок световых лучей» или просто «световые лучи», понимая под этим совокупность световых лучей, описывающих реальный световой пучок.

Используя понятие «световой луч», закон прямолинейного распространения света можно формулировать как свойство света сохранять прямолинейность световых лучей в однородной среде. Достаточно наглядным опытным доказательством этого закона служат явления образования резких теней и полутеней. При наличии единичного точечного источника света обычно образуются резкие тени предметов. Полутени возникают при наличии протяженного источника или нескольких точечных источников света.

Все данные, получаемые методом геометрической оптики, относятся к волнам определенной длины (лучи монохроматического света). Часто этот метод применяют и в случае сложного света различных длин волн. Получаемые при этом данные являются усредненными для всех длин волн рассматриваемого сложного света.

2. Скорость света зависит от свойств среды, в которой он распространяется. В вакууме свет имеет наибольшую скорость $c=3\cdot10^8$ м/с, которая также является максимально возможной в природе скоростью передачи сигналов.

Отношение скорости света в вакууме к его скорости в данной среде называют абсолютным показателем преломления рассматриваемой среды:

$$n=\frac{c}{v}.$$

Абсолютный показатель преломления среды обычно называют просто «показателем преломления среды». Показатель преломления всех сред больше единицы (для вакуума он равен единице).

Отношение абсолютных показателей преломления двух сред 1 и 2 (n_1 и n_2) называют относительным показателем преломления этих сред, причем различают относительный показатель преломления второй среды по отношению к первой $n_{1,2}$ и относительный показатель преломления первой среды по отношению ко второй $n_{2,1}$:

$$n_{1,2} = \frac{n_2}{n_1} = \frac{c/v_2}{c/v_1} = \frac{v_1}{v_2};$$

$$n_{2,1} = \frac{n_1}{n_2} = \frac{c/v_1}{c/v_2} = \frac{v_2}{v_1};$$

$$n_{2,1} = \frac{n_1}{n_2} = \frac{1}{n_2/n_1} = \frac{1}{n_{1,2}}.$$

§ 39. ФОТОМЕТРИЯ

Любой источник света в единицу времени излучает определенное количество энергии, причем для каждого источника она вполне определенным образом распределяется по длинам волн. Отметим, что источниками света являются тела, как сами излучающие свет, так и тела, отражающие падающую на них извне световую энергию, т. е. освещенные иными источниками света. В этом смысле употребляемые в геометрической оптике понятия «предмет» и «источник света» являются эквивалентными.

Для регистрации световой энергии служат различные приемники света. Самым распространенным из них является человеческий глаз. Одной из особенностей человеческого глаза является его различная чувствительность к световой энергии различных длин волн. Оценка световой энергии с учетом этой особенности человеческого глаза называется фотометрической. Фотометрическими величинами, изучаемыми в средней школе, являются световой поток, сила света и освещенность.

Количество энергии, излучаемой источником света в единицу времени по всем направлениям и оцениваемой по зрительному восприятию, называют полным световым потоком Φ_0 источника света:

$$\Phi_0 = \frac{W_0}{t},$$

где W_0 — вся энергия, излучаемая источником (оценена по зрительному восприятию) за время t.

Сила света I источника определяется отношением светового потока Φ к величине телесного угла ω, в котором этот поток распространяется:

$$I = \frac{\Phi}{\omega}.$$

Телесный угол измеряют отношением площади части сферы S, вырезаемой этим углом при расположении его вершины в центре сферы, к квадрату радиуса r сферы:

$$\omega = \frac{S}{r^2}.$$

Полный телесный угол $\omega_0 = 4\pi$ ср.

Для точечного источника света, т. е. источника, равномерно излучающего свет по всем направлениям, размеры которого ничтожно малы по сравнению с расстоянием, на котором оценивается действие света этого источника, сила света

$$I = \frac{\Phi_0}{4\pi}.$$

Освещенность поверхности, создаваемая световым потоком Φ_p, равномерно распределенным по площади S этой поверхности,

$$E = \frac{\Phi_p}{S} = \frac{W}{St},$$

где W — энергия, падающая на площадку S за время t и оцениваемая по зрительному восприятию.

При освещении бесконечно малой площадки точечным источником света закон освещенности имеет вид

$$E = \frac{I}{r^2} \cos \alpha,$$

где r — расстояние от площадки до источника света; α — угол падения лучей на площадку (угол между падающими лучами и нормалью к площадке, восставленной в точке падения лучей).

Световые потоки, падающие на одну и ту же площадку, складываются аддитивно, т. е. арифметически:

$$\Phi = \Phi_1 + \Phi_2 + \Phi_3 + \ldots + \Phi_n = \sum_{i=1}^{n} \Phi_i.$$

Освещенности, создаваемые несколькими некогерентными источниками света в одной и той же точке, также складываются арифметически:

$$E = E_1 + E_2 + E_3 + \ldots + E_n = \sum_{i=1}^{n} E_i.$$

§ 40. ОТРАЖЕНИЕ СВЕТА. ПЛОСКОЕ ЗЕРКАЛО

При прохождении света в различных средах имеет место его поглощение, а на границах раздела сред — отражение и преломление.

Различают диффузное и зеркальное отражения. Диффузно отражают шероховатые (матовые) поверхности, при этом отраженные лучи распространяются во все стороны более или менее равномерно (равномерное отражение световых лучей имеет место в случае идеально матовой поверхности). Зеркально свет отражается только от полированных поверхностей. При этом лучи, отраженные на границе раздела сред, распространяются в той же

среде (среда предполагается однородной), что и лучи падающие. Отраженный луч лежит в той же плоскости, в которой лежит падающий луч и нормаль к отражающей поверхности, восстановленная в точке падения. Угол отражения $\alpha_{отр}$ равен углу падения $\alpha_{пад}$ (углы между нормалью к отражающей границе раздела сред в точке падения и соответственно отраженным и падающим лучами).

Зеркально отражающую поверхность называют плоским зеркалом, если падающий на нее пучок параллельных лучей после отражения остается параллельным.

Точки, в которых пересекаются световые лучи (или их продолжения), исходящие из точечного источника света, называются изображениями этого источника света. Изображением протяженного источника света (или предмета, освещенного посторонним источником света) является совокупность точек изображений, получаемых в результате изображения каждой точки источника (предмета).

Отметим, что при построении изображений в оптической системе чаще всего рассматривают предметы плоские, расположенные перпендикулярно к главной оптической оси этой системы.

Изображение точечного источника света (предмета) в плоском зеркале и сам источник (предмет) симметричны относительно плоскости зеркала, т. е. изображение расположено за зеркалом на продолжении перпендикуляра, опущенного из источника на плоскость зеркала, причем расстояния a и b от плоскости зеркала соответственно до источника и изображения равны (эти свойства изображения используются при его построении).

Линейные размеры изображения H протяженного предмета в плоском зеркале всегда равны линейным размерам самого предмета h.

Изображение точечного предмета в плоском зеркале расположено в точке пересечения продолжений отраженных от зеркала лучей. Такое изображение называется мнимым. Этим в термине «мнимое изображение» подчеркивается то, что это изображение получается при пересечении не самих световых лучей, а их продолжений. Мнимые изображения непосредственно на экране получить нельзя. Для получения изображения расходящийся пучок лучей, формирующих мнимое изображение, следует с помощью соответствующим образом подобранной оптической системы преобразовать в сходящийся пучок, что обычно и выполняет наш глаз.

§ 41. СФЕРИЧЕСКОЕ ЗЕРКАЛО

Зеркально отражающую поверхность называют сферическим зеркалом, если она представляет собой часть шаровой поверхности. Различают выпуклые и вогнутые сферические зеркала. Они обычно представляют собой часть полого шара, отрезанную от него секущей плоскостью (шаровой сегмент). Если отражающей

поверхностью служит внешняя поверхность шарового сегмента, зеркало будет выпуклым, если внутренняя — вогнутым.

Центр шаровой поверхности, служащей сферическим зеркалом, называют оптическим центром зеркала, а вершину шарового сегмента — полюсом. Радиус зеркала R — это расстояние между его оптическим центром и полюсом.

Прямая, проходящая через оптический центр и полюс зеркала, называется главной оптической осью этого зеркала. Все другие прямые, проходящие через оптический центр зеркала, называются побочными оптическими осями.

Пучок осевых лучей, параллельных главной оптической оси, после отражения от зеркала образует сходящийся (вогнутое зеркало) или расходящийся (выпуклое зеркало) пучок лучей. Точка пересечения этих лучей лежит на главной оптической оси и называется главным фокусом сферического зеркала. Для вогнутого зеркала главный фокус действительный (пересекаются отраженные лучи), для выпуклого — мнимый (пересекаются продолжения отраженных лучей). Побочный фокус сферического зеркала определяется аналогично, только при этом падающие на зеркало лучи будут параллельными побочной оптической оси. Каждый из побочных фокусов лежит на соответствующей ему побочной оптической оси.

Фокусное расстояние F сферического зеркала — это расстояние от главного фокуса до полюса зеркала, причем

$$F = \frac{R}{2}.$$

Величина, обратная фокусному расстоянию сферического зеркала, называется его оптической силой:

$$D = \frac{1}{F} = \frac{2}{R}.$$

При измерении фокусного расстояния в метрах оптическая сила измеряется в диоптриях (дп).

При построении изображений в сферических зеркалах удобно использовать любую пару из следующих лучей.

1. Луч, идущий от точки предмета параллельно данной оптической оси, после отражения проходит через фокус, лежащий на этой оси.

2. Луч, проходящий через оптический центр зеркала, после отражения распространяется в обратном направлении.

3. Луч, проходящий через фокус, после отражения распространяется параллельно той оптической оси, на которой лежит этот фокус.

4. Луч, падающий на зеркало в его полюсе, отражается симметрично относительно главной оптической оси.

Сравнение первого и третьего лучей показывает, что падаю-

щий и отраженный лучи здесь взаимно заменяют друг друга. Это является следствием общего принципа геометрической оптики — обратимости световых лучей.

Принцип обратимости световых лучей состоит в том, что если один световой луч проходит по какому-то пути (при этом он может преломляться, отражаться), то второй световой луч, распространяющийся в противоположном направлении, в точности повторит путь первого луча.

Формула сферического зеркала:

$$\pm\frac{1}{a}\pm\frac{1}{b}=\pm\frac{1}{F},$$

где a и b — расстояния от зеркала соответственно до предмета и его изображения.

Данная формула справедлива только в том случае, если размеры предмета невелики по сравнению с расстоянием до зеркала или, иными словами, если лучи, участвующие в формировании изображения, составляют малые углы с главной оптической осью зеркала. В этом случае все фокусы зеркала лежат на плоскости, перпендикулярной к его главной оптической оси и проходящей через главный фокус. Такая плоскость называется фокальной.

В формуле зеркала знаки при конкретных расчетах можно учитывать двумя способами.

1. Формулу записывать со знаками плюс и проводить необходимые алгебраические преобразования. При арифметических же расчетах числовые значения каждой из величин a, b и F подставлять в общее решение со знаком плюс или минус в зависимости от того, действительным или мнимым является предмет, изображение и фокус.

2. Знаки учитывать сразу при записи формулы, а именно перед каждой из величин $\frac{1}{a}$, $\frac{1}{b}$ и $\frac{1}{F}$ ставить знак плюс, если предмет, изображение и фокус действительные, и знак минус, если они мнимые. Числовые значения величин a, b и F в этом случае в расчетную формулу подставляются со знаками плюс.

В решаемых в пособии задачах знаки учтены в формулах. Поэтому при арифметических расчетах числовые значения величин a, b и $F(D, R)$ подставляются со знаками плюс независимо от знаков этих величин в условиях задач.

Фокус выпуклого зеркала всегда мнимый, вогнутого — действительный. Предмет будет действительным, если на зеркало падает расходящийся пучок лучей. Мнимым его следует считать в случае падения на зеркало сходящегося пучка лучей, что бывает в случае использования сложных оптических систем, когда до зеркала световые лучи проходили предшествующие элементы этих систем. Изображение действительных предметов в выпуклом зеркале всегда и в вогнутом зеркале, если предмет лежит между

главным фокусом и полюсом, является мнимым; в остальных случаях оно действительное.

Если предмет высотой h расположен перпендикулярно к оптической оси, а высота его изображения H, то линейное увеличение зеркала

$$k=\frac{H}{h}=\frac{b}{a}$$

(здесь a и b положительны).

Формула зеркала и формула для определения линейного увеличения справедливы также и для плоского зеркала, которое можно рассматривать как сферическое с радиусом кривизны $R=\infty$. Тогда $D=0$ и $a=b$, т. е. $k=1$.

§ 42. ПРЕЛОМЛЕНИЕ СВЕТА. ПОЛНОЕ ВНУТРЕННЕЕ ОТРАЖЕНИЕ. ПРИЗМА

1. Преломленный луч, как и отраженный, лежит в той же плоскости, в которой лежат падающий луч и нормаль к границе раздела сред в точке падения. Угол падения α и угол преломления β (угол между нормалью к преломляющей поверхности в точке падения и преломленным лучом) связаны зависимостью

$$\frac{\sin\alpha}{\sin\beta}=n_{1,2}=\frac{n_2}{n_1}=\frac{v_1}{v_2},$$

где $n_{1,2}$ — относительный показатель преломления среды, в которую световой луч входит, по отношению к среде, в которой он распространялся до преломления.

При преломлении, как и при отражении света, выполняется принцип обратимости световых лучей.

2. Если относительный показатель преломления сред меньше единицы (это реализуется в том случае, если свет переходит из оптически более плотной среды в оптически менее плотную среду), то угол преломления β будет больше угла падения α, так как

$$\sin\beta=\frac{\sin\alpha}{n_{1,2}}.$$

При некотором угле падения $\alpha_{пр}$ угол преломления β достигает величины $\frac{\pi}{2}$, т. е. преломленный луч скользит вдоль границы раздела сред. При всех углах падения, больших $\alpha_{пр}$, преломленный луч отсутствует. Это явление, заключающееся в полном отражении всей падающей на границу раздела сред энергии, называют полным внутренним отражением, а угол $\alpha_{пр}$ — предельным углом полного внутреннего отражения. Тогда

$$\sin\alpha_{пр}=n_{1,2}=\frac{1}{n_{2,1}}.$$

3. При построении различных приборов в оптике широко используется прямая треугольная призма, изготавливаемая из прозрачного материала. Световой луч в такой призме обычно направляют на одну из боковых граней. Он после двукратного преломления выходит со второй ее боковой грани. Грани призмы, на которых происходит преломление света, называют преломляющими, а угол между ними — преломляющим углом призмы. Плоскость, перпендикулярная к ребру преломляющего двугранного угла призмы, называется главным сечением призмы. Угол, на который происходит отклонение луча от первоначального направления после прохождения призмы, называют углом отклонения. Если показатель преломления вещества призмы больше показателя преломления окружающей среды, световой луч призмой отклоняется к грани, лежащей против преломляющего угла; при обратном соотношении показателей преломления отклонение луча призмой противоположно.

В случае тонкой призмы (преломляющий угол φ мал) и при небольших углах падения α угол отклонения $\delta=(n_{1,2}-1)\varphi$, где $n_{1,2}$ — относительный показатель преломления вещества призмы (по отношению к окружающей среде).

Если углы α и φ не являются малыми, угол δ можно определить, используя закон преломления и геометрические соотношения в призме.

Если на одной из граней призмы световые пучки испытывают полное внутреннее отражение, а на двух других — преломление, то такая призма может быть использована для поворота светового пучка и для обращения изображения. В последнем случае призму называют оборотной.

§ 43. ЛИНЗЫ

Основной деталью большинства оптических приборов является линза. Сферическая линза — это тело, изготовленное из однородного прозрачного для света вещества, ограниченное двумя сферическими (одна может быть плоской) поверхностями.

Различают линзы: двояковыпуклые ($R_1>0$, $R_2>0$)[1], вогнуто-выпуклые ($R_1<0$, $R_2>0$, $|R_1|>|R_2|$), плоско-выпуклые ($R_1=\infty$, $R_2>0$), двояковогнутые ($R_1<0$, $R_2<0$), выпукло-вогнутые ($R_1>0$, $R_2<0$, $|R_1|>|R_2|$) и плоско-вогнутые ($R_1=\infty$, $R_2<0$). Первые три типа линз имеют более толстую середину, чем края, и обычно собирают световые пучки. Остальные типы линз имеют более толстые края, чем середину, и обычно рассеивают свет.

Линия, соединяющая центры ограничивающих линзу сферических поверхностей (в случае плоской одной из поверхностей — нормаль к ней, опущенная из центра второй сферической поверх-

---

[1] Здесь и далее первый радиус указан для первой (идущей в названии первой) преломляющей поверхности.

ности), называется главной оптической осью линзы. Если отрезок главной оптической оси, лежащий между поверхностями линзы, невелик по сравнению с расстояниями от линзы до центров ограничивающих ее поверхностей, то линза называется тонкой. В такой линзе указанный отрезок можно считать стягивающимся в точку, которую называют оптическим центром линзы. Всякая прямая, проходящая через оптический центр линзы, называется оптической осью линзы (все оси, кроме главной, называются побочными оптическими осями линзы).

Точка, в которой пересекаются после прохождения линзы световые лучи (или их продолжения), падающие на линзу параллельным пучком, называются фокусом линзы. Фокус лежит на той оптической оси, параллельно которой падает на линзу световой пучок. Фокус, образованный лучами, параллельными главной оптической оси, называется главным; остальные фокусы — побочными. Все фокусы тонкой линзы лежат в одной плоскости, перпендикулярной к главной оптической оси. Такая плоскость называется фокальной.

Тонкая линза имеет два главных фокуса (две фокальные плоскости), лежащие по обе стороны от линзы. Передний фокус лежит со стороны лучей, падающих на линзу, задний — со стороны преломленных лучей.

Как и в случае зеркал, различают действительные и мнимые фокусы (пересекаются соответственно вышедшие из линзы световые лучи или их продолжения). Линза с действительным фокусом называется собирающей, или положительной, а с мнимым — рассеивающей, или отрицательной.

Главное фокусное расстояние тонкой линзы — это расстояние от ее оптического центра до фокальной плоскости.

Фокусное расстояние собирающей линзы положительно, рассеивающей — отрицательно.

Величина, обратная фокусному расстоянию F линзы, называется оптической силой D линзы (как и в случае зеркал, измеряется в диоптриях):

$$D=\frac{1}{F}.$$

Оптическая сила тонкой линзы рассчитывается по формуле

$$D=\frac{1}{F}=(n-1)\left(\pm\frac{1}{R_1}\pm\frac{1}{R_2}\right),$$

где R_1 и R_2 — радиусы сферических поверхностей, ограничивающих линзу (радиусы выпуклых поверхностей, т. е. поверхностей, у которых радиус кривизны, проведенный из центра соответствующей сферической поверхности к этой поверхности, проходит через материал линзы, положительны; вогнутых — отрицательны); n — относительный показатель преломления вещества линзы

(по отношению к окружающей ее однородной среде), т. е. $n = \frac{n_л}{n_с}$,
где $n_л$ и $n_с$ — абсолютные показатели преломления соответственно вещества линзы и окружающей ее среды.

При построении изображений в линзах удобно использовать любую пару из следующих лучей.

1. Луч, проходящий через оптический центр линзы, не изменяет своего направления.

2. Луч, падающий на линзу параллельно оптической оси, после линзы проходит через фокус, соответствующий этой оси (преломленный собирающей линзой луч проходит через задний фокус; в случае рассеивающей линзы преломленный луч так выходит из линзы, что его продолжение проходит через передний фокус).

3. Луч, проходящий через фокус до собирающей линзы, после линзы распространяется параллельно оси, соответствующей этому фокусу.

Рассеивающая линза всегда дает мнимое, прямое и уменьшенное изображение действительного предмета. Характер изображения, получаемого с помощью собирающей линзы, зависит от местоположения предмета. При размещении действительного предмета между фокусом и оптическим центром линзы изображение является мнимым, в иных случаях — действительным.

Формула тонкой линзы:

$$\pm \frac{1}{a} \pm \frac{1}{b} = \pm \frac{1}{F},$$

где a и b — расстояние от оптического центра линзы соответственно до предмета и его изображения.

Правила знаков для формулы линзы такие же, как и для формулы зеркала (см. § 41).

Рассматриваемая формула справедлива только в том случае, если лучи, участвующие в формировании каждой точки изображения предмета, с главной оптической осью линзы образуют небольшие углы.

Отношение линейного размера изображения H к линейному размеру предмета h (предмет плоский и плоскость предмета перпендикулярна к главной оптической оси линзы) называют линейным увеличением линзы:

$$k = \frac{H}{h} = \frac{b}{a}$$

(здесь a и b положительны).

Отношение площади изображения S к площади предмета s:

$$k_s = \frac{S}{s} = k^2.$$

§ 44. ЦЕНТРИРОВАННЫЕ ОПТИЧЕСКИЕ СИСТЕМЫ И ПРИБОРЫ

1. Фотоаппарат — это прибор, служащий для получения и фотографирования уменьшенного изображения предмета. Изображение предмета на экране (фотопластинке) создается объективом, роль которого в простейшем случае выполняет собирающая линза. Предмет от линзы обычно помещается на расстоянии, большем двойного фокусного расстояния, а изображение лежит между задним фокусом линзы и точкой, находящейся на двойном фокусном расстоянии от оптического центра линзы, причем изображение получается перевернутое и уменьшенное.

Светосилой объектива (линзы) называют квадрат отношения диаметра отверстия объектива (линзы) к его главному фокусному расстоянию, т. е. величину $\left(\frac{d}{F}\right)^2$. Часто объективы (линзы) характеризуют относительным отверстием, равным $\frac{d}{F}$.

Проекционный аппарат — это прибор, служащий для получения увеличенных изображений предметов. Изображение здесь формируется так же, как и в фотоаппарате, причем положения изображения и предмета по сравнению с фотоаппаратом в проекционном аппарате меняются местами. Отличие от фотоаппарата состоит также и в том, что здесь применяется специальная система для освещения объекта, так как для получения достаточной освещенности увеличенного изображения требуется большая освещенность предмета.

Лупа — это короткофокусная положительная линза (или система линз, действующих как одна собирающая линза), применяемая при рассмотрении мелких предметов. С помощью лупы получают увеличенное, прямое, мнимое изображение предмета (для чего последний помещают между передним фокусом и линзой), которое и рассматривается глазом. Лупа, в силу получения увеличенного изображения предмета, позволяет увеличивать угол зрения. Угол зрения — это угол, под которым виден предмет (или изображение) из оптического центра глаза.

Увеличение лупы

$$k=\frac{D_0}{F},$$

где D_0 — расстояние наилучшего зрения глаза (для нормального глаза $D_0=0{,}25$ м); F — фокусное расстояние лупы.

Эта формула приближенная, так как $a\approx F$.

2. Во многих случаях при построении оптических приборов используются различные оптические системы. Они могут состоять из нескольких линз, зеркал и других элементов. Оптическая система называется центрированной, если оптические оси всех линз и зеркал, составляющих систему, совпадают.

Простейшие оптические системы — это центрированные системы, состоящие из тонких линз и зеркал, сложенных вплотную. В этом случае оптическая сила системы

$$D_с = \sum_{i=1}^{n} D_i,$$

где D_i — оптические силы составляющих систему линз и зеркал.

Например, оптическая сила простейшей системы, представляющей собой тонкую линзу с одной посеребренной преломляющей поверхностью, $D_с = \pm 2D_л \pm D_з$, где $D_л$ и $D_з$ — оптические силы линзы и зеркала.

Расчет местоположения изображений в простейших оптических системах осуществляется по формуле тонкой линзы (зеркала).

Если центрированная оптическая система состоит из тонких линз и зеркал, расположенных на некотором расстоянии друг от друга, то построение изображений осуществляется поэтапно, т. е. отыскивается изображение, формируемое первым элементом системы, оно служит предметом для следующего элемента системы и т. д. При выполнении расчетов в этом случае последовательно используют формулы линз и зеркал, причем если на линзу (зеркало) падает сходящийся пучок лучей, предмет (изображение, сформированное предыдущей линзой или зеркалом) для этой линзы (зеркала) считается мнимым, если расходящийся — действительным. Характер изображений и фокусов (мнимые или действительные) рассматриваемой линзы (зеркала) устанавливается по изложенным ранее правилам. В соответствии с этим выбираются знаки в формулах линз и зеркал.

Увеличение k центрированной оптической системы равно произведению увеличений отдельных элементов (линз, зеркал) этой системы:

$$k = k_1 k_2 k_3 \ldots k_n.$$

3. Если отраженный зеркалами свет попадает на рассматриваемую поверхность, при расчете фотометрических величин изображения источников света в зеркалах принимаются за дополнительные источники света. Сила света таких источников (при отсутствии поглощения) равна (см. задачу 141)

$$I = I_0 \left(\frac{b}{a}\right)^2,$$

где I_0 — сила света источника, создающего изображение-источник с силой света I; b и a — расстояния от зеркала соответственно до изображения и источника.

Освещенности площадок при преобразовании пучка лучей в линзах (зеркалах) определяются из закона сохранения светового потока. При отсутствии потерь световой энергии (поглощение в системе, отражение от поверхности линзы и т. д.) $\Phi=\text{const}$. Тогда $\Phi=E_1S_1=E_2S_2$, где E_1 и E_2 — средние освещенности, создаваемые световым потоком Φ, распределенным по соответствующим площадкам S_1 и S_2.

Вопросы для самоконтроля

1. В чем состоит сущность корпускулярных и волновых представлений о природе света?

2. Каковы современные воззрения на природу света?

3. Перечислите наиболее распространенные источники света и классифицируйте их. В чем состоят отличия работы люминисцентных ламп от ламп накаливания? Каковы преимущества и недостатки люминисцентных ламп по сравнению с лампами накаливания?

4. Какие электромагнитные волны вызывают зрительное ощущение и как их классифицируют?

5. Определите понятие «точечный источник света». Как получить такой источник света?

6. Определите понятие «световой луч». В каких случаях световые лучи прямолинейны? криволинейны?

7. Как классифицируют световые пучки?

8. В чем состоит сущность метода геометрической оптики? В каких случаях этот метод не применим?

9. В чем состоит закон прямолинейного распространения света? Приведите примеры, в которых проявляется этот закон, и примеры, где наблюдаются отступления от него?

10. Как образуются тень и полутень? Как получить от предмета только полутень? резкую тень без полутени? В каких случаях образуются нерезкие тени?

11. Что называют относительным показателем преломления среды? Как он взаимосвязан со скоростями распространения света в средах? с абсолютными показателями преломления сред?

12. Как классифицируются среды по оптическим плотностям? Как изменяется скорость света в среде с увеличением ее оптической плотности?

13. Чему равна скорость света в вакууме?

14. Какими методами измеряют скорость света? В чем трудности измерения скорости света?

15. Определите понятия «световой поток», «сила света», «освещенность». Как освещенность зависит от силы света источника? от светового потока, падающего на освещаемую поверхность?

16. Какие физические величины измеряются в люменах (лм), канделах (кд), люксах (лк)? Как взаимосвязаны эти величины?

17. В чем состоит принцип аддитивности для освещенностей и световых потоков? Приведите примеры его нарушения для освещенностей.

18. Перечислите наиболее распространенные приемники световой энергии.

19. Каково назначение и принцип действия фотометров?

20. Сформулируйте основные законы геометрической оптики, принцип обратимости световых лучей.

21. Чем отличается диффузное отражение света от зеркального? матовая поверхность от зеркально отражающей?

22. Как отражаются световые лучи от плоского зеркала? Какими станут сходящийся, расходящийся и параллельный световые пучки после отражения от плоского зеркала?

23. Какие изображения называют действительными? мнимыми? Реально ли мнимое изображение? Возможно ли мнимое изображение получить на экране?

24. Как построить изображение точечного предмета в плоском зеркале? протяженного предмета, размеры которого больше размеров зеркала?

25. Как отличить свою фотокарточку от фотокарточки своего изображения в плоском зеркале?

26. Как классифицируют сферические зеркала? Определите основные элементы, характеризующие сферические зеркала: фокус, оптические оси, фокальную плоскость, оптический центр, главное фокусное расстояние и т. д.

27. Как рассчитать оптическую силу сферического зеркала? Отличается ли оптическая сила выпуклого зеркала от оптической силы вогнутого зеркала, если радиусы их сферических поверхностей численно равны? Чему равна оптическая сила плоского зеркала?

28. Какие лучи обычно используют при построении изображения в сферических зеркалах?

29. Выведите формулы вогнутого и выпуклого сферических зеркал. Укажите ограничения, при которых справедливы эти формулы.

30. Почему фокусы одних зеркал называют действительными, а других — мнимыми?

31. Как изменяются местоположение изображения и увеличение вогнутого (выпуклого) сферического зеркала при перемещении предмета вдоль главной оптической оси из бесконечности до полюса зеркала?

32. Как построить изображение точечного предмета, находящегося на главной оптической оси (смещенного с нее) вогнутого (выпуклого) сферического зеркала, при его различном удалении от зеркала? протяженного предмета, размеры которого больше размеров зеркала?

33. Почему оконные стекла издали кажутся темными, если на них смотреть в ясный день с улицы? Приведите другие примеры проявления аналогичного оптического эффекта.

34. Если плыть на лодке по спокойной поверхности озера и наблюдать его дно, то кажется, что самое глубокое место все время находится как раз под лодкой. Почему?

35. Почему после заката солнца темнеет не сразу, а наступают сумерки?

36. В чем состоит явление полного внутреннего отражения света? При каких условиях оно возможно? Какой угол называется предельным углом полного внутреннего отражения?

37. Как используется полное отражение света при обращении световых пучков? при их повороте?

38. Источник света и наблюдатель находятся под водой. При каких условиях этот источник наблюдателю покажется расположенным над водой?

39. Как зависит величина отраженного светового потока от угла падения? от показателей преломления сред, на границе которых происходит отражение света?

40. Постройте ход светового луча, падающего на плоскопараллельную пластинку нормально (под некоторым углом), если пластинка помещена в однородную среду, а показатель преломления вещества пластинки больше (меньше) показателя преломления среды. То же для двух пластинок с различными показателями преломления.

41. Постройте ход луча в трехгранной призме так, чтобы луч: а) отклонялся к ее основанию; б) отклонялся к ее преломляющему углу; в) испытывал на одной из ее граней полное внутреннее отражение. Укажите условия, при которых реализуется каждый из рассмотренных случаев. Докажите, что внутри призмы, показатель преломления которой n и преломляющий угол A, луч распространяется параллельно основанию, если угол падения $\alpha=\arcsin\left(n\sin\frac{A}{2}\right)$.

42. Дайте определение понятий «линза», «тонкая линза». Перечислите известные типы линз и их отличительные особенности.

43. Определите основные элементы, характеризующие линзу: фокусы (передний, задний, главный, побочный, действительный, мнимый), фокальные плоскости, оптические оси и т. д.

44. Какие линзы называют собирающими (рассеивающими)? Как следует изменить свойства окружающей среды, чтобы собирающая линза стала рассеивающей?

45. Выведите формулу тонкой линзы (рассмотрите различные типы линз и различные местоположения предмета относительно линзы). Укажите ограничения, при которых справедлива формула тонкой линзы. Изложите правило знаков при применении формулы линзы.

46. По каким формулам определяется оптическая сила тонких линз различных типов? Почему оптическая сила тонкой линзы зависит от свойств окружающей среды?

47. Почему фокусы одних линз называют действительными, а других мнимыми? Какие предметы (изображения) называют действительными и какие мнимыми?

48. Какие лучи обычно применяются при построении изображений в тонких линзах? Чем отличается построение изображений в рассеивающей линзе по сравнению с собирающей линзой?

49. Как изменяется местоположение и увеличение изображения предмета в собирающей (рассеивающей) тонкой линзе при перемещении предмета вдоль главной оптической оси этой линзы из бесконечности до ее оптического центра?

50. Постройте изображение точечного предмета, находящегося на главной оптической оси (смещенного с нее) собирающей (рассеивающей) тонкой линзы, при его различном удалении от оптического центра этой линзы, протяженного предмета, размеры которого больше размеров линзы.

51. По каким формулам определяется линейное увеличение линзы? увеличение площадей?

52. Определите понятия «светосила», «относительное отверстие» объектива (линзы). Как освещенность изображения, получаемого с помощью тонкой линзы, зависит от светосилы линзы?

53. Какая оптическая система называется центрированной? Приведите примеры центрированных оптических систем.

54. Приведите формулу простейшей центрированной оптической системы. По каким формулам определяется оптическая сила и увеличение такой системы?

55. Ответьте на вопросы 50, 51 для случая простейшей центрированной оптической системы.

56. Постройте ход лучей (изображения предметов) в простейших оптических приборах (фотоаппарат, проекционный аппарат и т. д.).

57. Как определить силу света источника, являющегося изображением точечного источника света в зеркале (плоском, выпуклом и вогнутом сферическом)?

58. Как определить, собирает ли линза световые лучи или рассеивает их, если известен характер отклонения световых лучей в трехгранной призме, изготовленной из того же материала и помещенной в месте расположения линзы?

59. Каков принцип работы глаза как оптической системы? В чем состоит сущность аккомодации, адаптации, стереоскопического зрения? Какой глаз называют нормальным?

60. Глаз дает действительное, уменьшенное и обратное изображения предметов. Почему окружающие предметы нам не кажутся перевернутыми?

61. Чем отличаются оптические силы линз, исправляющих близорукий глаз, от оптических сил линз, исправляющих дальнозоркий глаз?

Задача 105

Перед электрической лампочкой, заключенной в шар из матового стекла, на расстоянии a помещен непрозрачный диск так, что нормаль к плоскости диска, восставленная в его центре, проходит через центр шара. На каком расстоянии от диска следует установить плоский экран, чтобы тень от диска имела форму круга, если радиус диска в k $(k<1)$ раз больше радиуса шара и в n раз больше радиуса круга?

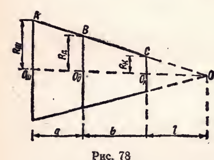


Рис. 78

Условие: a;
k $(k<1)$;
n.
b — ?

Решение. Поскольку шар из матового стекла, являющийся протяженным источником света, установлен так, что его центр совпадает с нормалью к плоскости освещенного предмета (диска), восставленной в его центре, то тень этого диска на плоском экране будет круговой только в том случае, когда нормали к плоскости экрана и к плоскости диска будут параллельны. На рис. 78 представлено сечение шара, диска и экрана плоскостью, содержащей нормаль к плоскости диска, восставленную в его центре. Точка O — это такая точка, в которой располагается вершина конуса тени, отбрасываемой диском (находится на расстоянии l за экраном).

Из подобия треугольников $AO_шO$, $BO_дO$ и $CO_кO$ имеем

$$\frac{R_ш}{a+b+l}=\frac{R_д}{b+l}=\frac{R_к}{l}.$$

Учитывая известные по условию соотношения между размерами шара ($R_ш$), диска ($R_д$) и круга ($R_к$)

$$\frac{R_д}{R_ш}=k, \quad \frac{R_д}{R_к}=n$$

и исключая вспомогательные величины l, $R_д$, $R_ш$, $R_к$, получаем значение искомой величины

$$b=\frac{ak(n-1)}{n(1-k)}.$$

При $k<1$ $n>1$ (рис. 78), поэтому, как и следовало ожидать, $b>0$.

Предлагаем читателю самостоятельно убедиться в том, что полученный ответ сохраняется и при $k>1$.

Задача 106

По данным задачи 105 определить длину конуса тени, отбрасываемой диском.

Условие: a;
k.
x — ?

Решение. При решении задачи 105 получено:

$$\frac{R_ш}{a+b+l}=\frac{R_д}{b+l},\quad k=\frac{R_д}{R_ш},$$

откуда, учитывая, что $x=b+l$,

$$x=\frac{ak}{1-k}.$$

Отметим, что величину x можно получить и из формулы, дающей ответ к задаче 105:

$$x=\lim_{n\to\infty} b=\lim_{n\to\infty}\frac{ak\left(1-\frac{1}{n}\right)}{1-k}=\frac{ak(1-0)}{1-k}=\frac{ak}{1-k}.$$

Задача 107

Телеграфный столб высотой h и заводская труба, установленные вертикально на горизонтальной площадке и освещенные Солнцем, отбрасывают тени длиной l и L. Определить высоту трубы и высоту Солнца.

Условие: h;
l;
L.
H — ? α — ?

Решение. Солнце представляет собой протяженный источник света, причем его размеры значительно больше размеров любого земного предмета. Поэтому при освещении предметов солнечными лучами в условиях Земли сравнительно небольшой объем пространства попадает в область тени. Обычно мы наблюдаем в виде тени сечение этого объема поверхностью Земли.

Если протяженность предмета в вертикальном направлении значительно больше его протяженности в горизонтальном направлении или если высота Солнца (высотой Солнца называют угол α между солнечными лучами и горизонтальной плоскостью) мала, то обычно от верхних частей предметов тень не наблюдается (см. задачу 106).

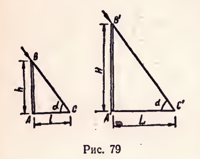


Рис. 79

Учитывая сказанное, рассматриваемую задачу возможно решать только в предположении, что все части и столба и трубы (высоты h и H соответственно) образуют тени на поверхности Земли (рис. 79), что всегда предполагается в подобных задачах, если из их условий не вытекает недопустимость подобного предположения.

Так как труба и столб вертикальны и установлены на горизонтальной площадке, то $AB \perp AC$ и $A'B' \perp A'C'$. Учитывая также то, что и труба и столб установлены не слишком далеко друг от друга, а их тени наблюдаются одновременно, что в условии задачи предполагается само собой разумеющимся, можно записать: $\angle ACB = \angle A'C'B'$.

Из приведенных данных заключаем, что $\triangle ABC \backsim \triangle A'B'C'$. Тогда

$$\frac{h}{H} = \frac{l}{L}$$

или

$$H = h\frac{L}{l}.$$

Из треугольника ABC

$$\operatorname{tg}\alpha = \frac{h}{l} \quad \text{или} \quad \alpha = \operatorname{arctg}\frac{h}{l}.$$

Задача 108

Длина тени, отбрасываемой в полдень телеграфным столбом, установленным вертикально на косогоре (в средних широтах северного полушария), обращенным к югу, равна высоте этого столба. Определить высоту Солнца, если угол наклона косогора к плоскости горизонта равен α.

Условие: $h = l$;

α.

$x - ?$

Решение. В северном полушарии тень от предметов, установленных на заданном косогоре, отбрасывается в сторону вершины косогора (линия BC на рис. 80).

В треугольнике ABC из точки C проведем линию CD, параллельную плоскости горизонта. Так как телеграфный столб AB установлен вертикально, то $CD \perp AB$.

В равнобедренном треугольнике ABC $\angle BAC = \angle BCA = \alpha + x$, так как $AB = h = BC = l$. Тогда $\angle ABC = \pi - 2(\angle BAC) = \pi - 2(\alpha + x)$. В прямоугольном треугольнике BDC $\angle DBC + \angle DCB = \pi/2$. Тогда

$$\pi - 2(\alpha + x) + \alpha = \frac{\pi}{2},$$

откуда

$$x = \frac{\pi}{4} - \frac{\alpha}{2}.$$

Рис. 80

Предлагаем читателю самостоятельно убедиться в том, что для южного полушария или при наклоне косогора к северу в северном полушарии

$$x = \frac{\pi}{4} + \frac{\alpha}{2}.$$

Задача 109

За какое время свет пройдет расстояние, равное длине конуса тени, отбрасываемой Землей в солнечных лучах? Влиянием атмосферы пренебречь.

Условие: $c = 3 \cdot 10^8$ м/с;
$R_З = 6{,}4 \cdot 10^6$ м;
$R_С = 7 \cdot 10^8$ м;
$a = 1{,}5 \cdot 10^{11}$ м.
$t - ?$

Решение. Сходящийся конус тени, отбрасываемый Землей в солнечных лучах, обусловлен тем, что размеры Земли меньше размеров Солнца. Из рис. 81 видно, что радиусы Земли и Солнца

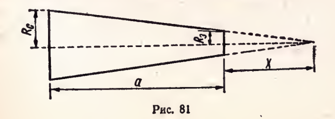


Рис. 81

($R_З$ и $R_С$), без учета влияния атмосферы, связаны с размерами земной орбиты (a) зависимостью

$$\frac{R_С}{R_З}=\frac{a+x}{x},$$

где x — длина конуса тени Земли.

Отсюда

$$x=\frac{aR_З}{R_С-R_З}.$$

Так как свет в однородной среде (в рассматриваемом случае — в вакууме) распространяется прямолинейно и равномерно,

$$x=ct,$$

где c — скорость распространения света в вакууме; t — искомое время.

Из последних двух равенств

$$t=\frac{x}{c}=\frac{aR_З}{(R_С-R_З)c}\approx\frac{aR_З}{R_Сc}\approx 4{,}6 \text{ с}.$$

Задача 110

Свет за одно и то же время по кратчайшему пути проходит слой воды толщиной 9 см и стеклянный (легкий крон) брусок с плоскопараллельными торцами. Определить длину бруска.

Условие: $t_в=t_с=t$;

$$n_с=\frac{3}{2};$$

$$n_в=\frac{4}{3};$$

$$h=9 \text{ см}.$$

l — ?

Решение. Так как свет распространяется прямолинейно и равномерно по кратчайшему расстоянию и в воде и в стекле, толщина слоя воды h и длина бруска l связаны со временем распространения света t и его скоростями в этих средах (соответственно $v_в$ и $v_с$) зависимостями:

$$h=v_вt_в=v_вt;$$

$$l=v_сt_с=v_сt.$$

Тогда

$$l = h\frac{v_c}{v_в}.$$

Скорости света в воде и стекле связаны с показателями преломления этих сред $n_в$ и n_c соотношениями:

$$v_в = \frac{c}{n_в};$$

$$v_c = \frac{c}{n_c},$$

где c — скорость света в вакууме.

Из приведенных формул получаем искомую величину

$$l = h\frac{n_в}{n_c} = 8 \text{ см}.$$

Задача 111

Круг радиуса 2 см помещен на расстоянии 2 м от точечного источника света ($I = 50$ кд) так, что нормаль к плоскости круга, восставленная в его центре, проходит через источник. Определить световой поток, падающий на круг от источника.

Условие: $r = 2$ см $= 0{,}02$ м;
$l = 2$ м;
$I = 50$ кд.

Φ — ?

Решение. Так как расстояние l от источника света до круга значительно больше радиуса круга, то, проведя сферу радиуса $R = \sqrt{l^2 + r^2}$ с центром в точке S, можно принять, что площадь кривой поверхности шарового сегмента, вырезаемого на сфере плоскостью круга, приблизительно равна площади этого круга (рис. 82):

$$S_к = \pi r^2.$$

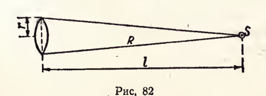


Рис. 82

Тогда телесный угол, под которым виден круг из точки, где находится источник S,

$$\omega \approx \frac{S_{\text{к}}}{R^2} \approx \frac{\pi r^2}{l^2}.$$

Отсюда световой поток

$$\Phi = I\omega \approx I\frac{\pi r^2}{l^2} \approx 1{,}6 \cdot 10^{-2} \text{ лм}.$$

Приведенное приближенное значение телесного угла ω можно также получить, если воспользоваться известной в математике приближенной зависимостью

$$\frac{1}{\sqrt{a^2+x}} \approx \frac{1}{a} - \frac{x}{2a^3}.$$

Определим, используя эту зависимость, угол ω. Площадь кривой поверхности шарового сегмента

$$S_{\text{кс}} = 2\pi Rh,$$

где h — высота сегмента.

С другой стороны,

$$h = R - l = \sqrt{l^2+r^2} - l.$$

Тогда

$$\omega = \frac{S_{\text{кс}}}{R^2} = \frac{2\pi Rh}{R^2} = \frac{2\pi\sqrt{l^2+r^2}\,(\sqrt{l^2+r^2}-l)}{l^2+r^2} =$$

$$= 2\pi\left[1 - \frac{1}{\sqrt{1+\left(\frac{r}{l}\right)^2}}\right] \approx 2\pi\left\{1 - \left[\frac{1}{1^{1/2}} - \frac{\left(\frac{r}{l}\right)^2}{2\cdot 1^{3/2}}\right]\right\} =$$

$$= \pi\left(\frac{r}{l}\right)^2.$$

Задача 112

Точечный источник света ($I = 100$ кд) помещен над одним из углов квадратного стола. Определить световой поток, попадающий на стол от этого источника, если расстояние от источника до стола равно длине стороны стола.

Условие: $I = 100$ кд;

$h = a.$

$\Phi - ?$

Решение. Световой поток Φ, попадающий на стол от источника S, зависит от силы света I источника и от телесного угла ω, под которым виден стол из точки, где находится источник:

$$\Phi = I\omega.$$

Для определения угла ω поместим источник в центр куба так, чтобы плоскость стола совпала с одной из граней куба, при этом две стороны стола должны быть расположены вдоль ребер куба (рис. 83). Зная, что точечный источник света помещен в центр куба, и учитывая, что все грани куба симметричны относительно источника, заключаем, что каждая грань из центра куба видна под одним и тем же телесным углом

$$\omega_{\text{гр}} = \frac{1}{6}\,\omega_0,$$

где $\omega_0 = 4\pi$ ср — полный телесный угол.

Каждую грань куба в свою очередь можно разбить на четыре квадрата, по площади равные площади стола и наблюдаемые из центра куба под одним и тем же телесным углом. Тогда

$$\omega = \frac{1}{4}\,\omega_{\text{гр}}.$$

Рис. 83

Решая совместно приведенные уравнения, получаем

$$\Phi = \frac{4\pi}{24} I = \frac{\pi}{6} I \approx 52 \text{ лм}.$$

Предлагаем читателю самостоятельно убедиться в том, что световой поток на плоскую площадку, имеющую форму равнобедренного прямоугольного треугольника, от точечного источника (сила света I), установленного над одним из острых углов этой площадки на высоте, равной катету треугольника,

$$\Phi = \frac{\pi}{12} I.$$

Задача 113

Указать максимально и минимально освещенные точки стола (см. задачу 112). Определить освещенности в этих точках, если источник удален от стола на расстояние $\frac{2}{3}$ м.

Условие: $I=100$ кд;

$$h=a=\frac{2}{3}\text{ м.}$$

$$\overline{E_{\max}-?\ E_{\min}-?}$$

Решение. Освещенность, создаваемая точечным источником света,

$$E=\frac{I\cos\alpha}{r^2}.$$

Из этой формулы видно, что максимальная освещенность будет в наиболее близкой к источнику точке стола и минимальная — в наиболее удаленной точке (на рис. 83 соответственно точки A и B).

Так как по условию $SA\perp AB$ и $a=h$, из рисунка получим:

$$AB=\sqrt{2}\,a=\sqrt{2}\,h;$$

$$(SB)^2=(AS)^2+(AB)^2=3h^2;$$

$$\cos(\angle SBC)=\cos(\angle ASB)=\frac{AS}{SB}=\frac{1}{\sqrt{3}}.$$

Тогда

$$E_A=E_{\max}=\frac{I}{h^2}=225\text{ лк};$$

$$E_B=E_{\min}=\frac{I\cos(\angle SBC)}{(SB)^2}=\frac{I}{3\sqrt{3}\,h^2}=25\sqrt{3}\text{ лк}.$$

Задача 114

На круглом столе радиуса r размещена тонкая квадратная пластинка так, что она вписана в окружность стола. Точечный источник света установлен над центром стола на высоте, вдвое меньшей длины стороны пластинки. Найти силу света I источника, если средняя освещенность открытой поверхности стола равна E.

Условие: r;

$a=2h$;

E.

$\overline{I-?}$

Решение. Световой поток Φ, падающий на открытую поверхность стола, можно определить через ее площадь S и освещенность E, а также через потоки $\Phi_к$ и $\Phi_п$, падающие соответственно на стол в отсутствие пластинки и на пластинку:

$$\Phi=ES=\Phi_к-\Phi_п.$$

Площадь $S=\pi r^2-a^2=r^2(\pi-2)$, так как длина стороны пластинки $a=\sqrt{2}\,r$.

Поток $\Phi_п$ определим через полный световой поток $\Phi_0=4\pi I$ (см. задачу 112):

$$\Phi_п=\frac{\Phi_0}{6}=\frac{2\pi}{3}I.$$

Поток $\Phi_к$ выразим через силу света I и телесный угол ω (см. задачу 111):

$$\Phi_к=I\omega=2\pi I\left(1-\frac{1}{\sqrt{3}}\right).$$

Решая совместно приведенные уравнения, получаем

$$I=\frac{3(\pi-2)}{2\pi(2-\sqrt{3})}Er^2.$$

Задача 115

Плоскость освещается двумя точечными источниками света, расположенными на расстоянии l друг от друга. Сила света каждого источника равна I. Определить освещенность плоскости в ближайшей равноудаленной от обоих источников точке, если плоскость ориентирована так, что угол падения лучей, попадающих в эту точку от каждого из источников, одинаков и равен α.

Условие: l;
I;
$r_1=r_2$;
α.
E — ?

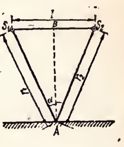


Рис. 84

Решение. В соответствии с условием задачи линия l, соединяющая источники, параллельна освещаемой плоскости (рис. 84), а расстояния r_1 и r_2 от освещаемой точки A до источников одинаковы: $r_1=r_2=r$.

Нормаль AB к освещаемой плоскости, восставленная в точке A, делит $\triangle AS_1S_2$ на два равных треугольника ABS_1 и ABS_2, так как они имеют одинаковые углы при вершинах A (углы падения лучей) и равные стороны, ограничивающие эти углы. Тогда $S_1B=S_2B=\frac{l}{2}$ и $AB\perp S_1S_2$.

Отсюда

$$r=\frac{l}{2\sin\alpha}.$$

Так как источники света одинаковые, то по закону освещенности с учетом того, что освещенности складываются арифметически, получим

$$E = E_1 + E_2 = 2\frac{I\cos\alpha}{r^2} = 2\frac{I\cos\alpha}{\left(\frac{l}{2\sin\alpha}\right)^2} = \frac{4I}{l^2}\sin\alpha\sin 2\alpha.$$

Задача 116

Фотохимическая реакция на небольшой плоской поверхности протекает за время t_1, если поверхность ориентирована перпендикулярно к световым лучам, распространяющимся от точечного источника света. За какое время будет протекать эта же реакция, если силу света источника уменьшить в n раз, а расстояние между источником и поверхностью — в k раз?

Примечание. Приият, что скорость фотохимической реакции пропорциональна световой энергии, а ее чувствительность к различным длинам волн такая же, как у человеческого глаза.

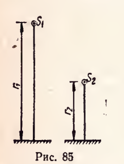


Рис. 85

Условие: t_1; n; k.

t_2 — ?

Решение: В соответствии с условием задачи количества энергии, необходимой для протекания фотохимической реакции и оцениваемой фотометрически, в обоих случаях одинаковы:

$$W_1 = W_2,$$

где $W_1 = \Phi_1 t_1$; $W_2 = \Phi_2 t_2$.

Так как освещаемая поверхность плоская, невелика и ориентирована нормально к световым лучам (рис. 85), то $\Phi_1 = E_1 S$, $\Phi_2 = E_2 S$, причем

$$E_1 = \frac{I_1}{r_1^2},\quad E_2 = \frac{I_2}{r_2^2}.$$

Учтем, что силы света источников и их расстояния до поверхности взаимосвязаны зависимостями:

$$\frac{I_1}{I_2} = n,\quad \frac{r_1}{r_2} = k.$$

Решая совместно приведенные равенства, получаем

$$t_2 = t_1\frac{n}{k^2}.$$

Задача 117

Для освещения колодца солнечными лучами применили плоское зеркало. Под каким углом к плоскости горизонта установлено зеркало, если высота Солнца α?

Условие: α.
$x - ?$

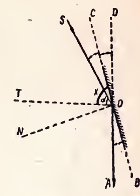


Рис. 86

Решение. При освещении колодца основную роль играют прямые (нерассеянные) солнечные лучи (рис. 86). Так как колодец предполагается вертикальным, то $\angle AOT = \frac{\pi}{2}$, где OT — линия, параллельная горизонтальной плоскости; AO — луч, отраженный зеркалом BC. Если ON — нормаль к плоскости зеркала, а SO — падающий луч, то в соответствии с законом отражения $\angle SON = \angle AON$. Тогда $\angle SOC = \angle AOB$, так как они дополняют углы падения и отражения до прямых. С другой стороны, $\angle AOB = \angle COD$ как вертикальные. Отсюда $\angle SOC = \angle COD$. Из рисунка также видно, что $\angle SOC = x - \alpha$ и $\angle COD = \frac{\pi}{2} - x$ ($\angle TOD$ — прямой). Тогда

$$x - \alpha = \frac{\pi}{2} - x$$

или

$$x = \frac{\pi}{4} + \frac{\alpha}{2}.$$

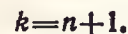
Задача 118

Посеребренный изнутри полый шар имеет небольшое круглое отверстие. Через это отверстие внутрь шара попадает световой луч и после нескольких отражений (рис. 87) от его поверхности выходит из шара через то же отверстие. Угол между входящим и выходящим лучами равен α. Сколько отражений внутри шара испытывает луч?

Условие: α.
$n - ?$

Решение. Все отраженные шаром лучи BC, CD, ..., KT будут лежать в одной плоскости, проходящей через падающий

луч SB и центр шара O, что следует из законов отражения. Тогда все отраженные лучи и луч падающий образуют плоскую фигуру в виде многоугольника, число углов k которого на единицу больше искомого числа отражений n:



$$k=n+1.$$

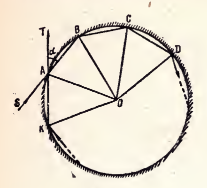


Рис. 87

Докажем, что полученный многоугольник является правильным.

В соответствии с законом отражения и с учетом того, что отверстие в шаре небольшое, можно записать:

$$\angle ABO=\angle OBC;$$
$$\angle BCO=\angle OCD;$$
$$\cdot\;\cdot\;\cdot\;\cdot\;\cdot\;\cdot\;\cdot\;\cdot$$
$$\angle KAO=\angle OAB.$$

Так как треугольники ABO, BCO, ... , KAO равнобедренные (в каждом из них по две стороны являются радиусами шара), то

$$\angle OAB=\angle OBA;$$
$$\angle OBC=\angle OCB;$$
$$\cdot\;\cdot\;\cdot\;\cdot\;\cdot\;\cdot\;\cdot\;\cdot$$
$$\angle OKA=\angle OAK.$$

Из этих данных заключаем, что внутренние углы многоугольника $ABCD \ldots K$ равны ($\angle ABC=\angle BCD=\ldots=\angle KAB$), т. е., он является правильным. $\angle KAB=\dfrac{\pi(k-2)}{k}=\gamma$ как угол правильного k-угольника.

Из рисунка также видно, что

$$\angle KAB+\angle BAT=\pi,$$

т. е.

$$\alpha+\gamma=\pi.$$

Тогда

$$n=k-1=\frac{2\pi}{\pi-\gamma}-1=\frac{2\pi}{\pi-(\pi-\alpha)}-1=\frac{2\pi-\alpha}{\alpha}.$$

Задача 119

Два плоских зеркала образуют двугранный угол. На одно из зеркал под некоторым углом падает световой луч, лежащий в плоскости, перпендикулярной к ребру двугранного угла. После однократного отражения от каждого из зеркал этот луч пере-

секает падающий луч под углом α. Определить величину двугранного угла.

Условие: α.
$x - ?$

Решение. Пусть луч падает на зеркало под произвольным углом, а линии AN_1 и BN_2 — нормали к зеркалам (рис. 88). Тогда, в соответствии с законом отражения,

$$\angle CAO = \frac{\pi}{2} + \beta, \quad \angle OAB = \frac{\pi}{2} - \beta.$$

Из треугольника AOB имеем

$$\angle OBA = \pi - x - \left(\frac{\pi}{2} - \beta\right) =$$

$$= \frac{\pi}{2} - x + \beta.$$

Рис. 88

Тогда, с учетом закона отражения,

$$\angle CBN_2 = \angle N_2BA = \frac{\pi}{2} - \angle OBA = \frac{\pi}{2} - \left(\frac{\pi}{2} - x + \beta\right) = x - \beta.$$

Отсюда

$$\angle OBC = \frac{\pi}{2} + \angle CBN_2 = \frac{\pi}{2} + x - \beta.$$

Запишем сумму внутренних углов четырехугольника $AOBC$:

$$\left(\frac{\pi}{2} + \beta\right) + x + \left(\frac{\pi}{2} + x - \beta\right) + (\pi - \alpha) = 2\pi.$$

Тогда $x = \frac{\alpha}{2}$.

Полученный результат не зависит от угла падения луча на зеркало, необходимо только, чтобы этот угол лежал в плоскости, перпендикулярной к ребру двугранного угла.

Задача 120

Перед плоским зеркалом, составляющим с вертикалью угол 30°, расположен карандаш так, что его изображение в зеркале лежит в горизонтальной плоскости. Под каким углом расположены друг к другу карандаш и его изображение в зеркале?

Условие: $\alpha = 30°$.
$x = ?$

Решение. Решим задачу для случая, когда один из концов карандаша касается плоскости зеркала (рис. 89).

Так как предмет AC и его изображение AC' симметричны относительно плоскости зеркала, то $DC=DC'$ и $CC'\perp OD$. Тогда $\triangle ACD=\triangle ADC'$, т. е. треугольник ACC' — равнобедренный. Отсюда заключаем, что

$$x=\angle CAC'=\pi-2(\angle AC'C).$$

Рис. 89

Для определения $\angle AC'C$ через точку A проведем вертикаль. Тогда $\angle OAF=\alpha$. С другой стороны, $\angle AC'C=\angle OAF$ (эти углы имеют взаимно перпендикулярные стороны).

Окончательно

$$x=\pi-2\alpha=120°.$$

Легко доказать, что ответ не изменится, если карандаш будет удален на произвольное расстояние от плоскости зеркала.

Задача 121

Глаз наблюдателя находится на расстоянии a от центра прямоугольного плоского зеркала, установленного в освещенной комнате вертикально (рис. 90). К наблюдателю подходит его помощник, оставаясь все время на том же расстоянии a от плоскости зеркала, что и наблюдатель. При каком расстоянии между помощником и наблюдателем последний начнет видеть его изображение в зеркале, если ширина зеркала $l=a$?

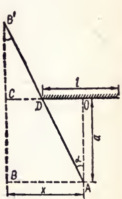


Рис. 90

Условие: $l=a$.
x — ?

Решение. По условию требуется определить расстояние AB в момент появления помощника B в поле зрения наблюдателя A. Изображение точки B в плоском зеркале находится за зеркалом симметрично относительно плоскости зеркала. Тогда $BC=B'C$, где B' — изображение точки B в зеркале. Поле зрения наблюдателя A в зеркале со стороны помощника ограничено прямой AD, проведенной из глаза наблюдателя в край зеркала D. Таким образом, наблюдатель A начнет видеть помощника B в зеркале

в тот момент, когда его изображение B' в зеркале попадет на линию AD.

Из рисунка видно, что $\angle OAD = \angle DB'C = \alpha$, так как это внутренние, накрест лежащие углы при параллельных прямых AO и BB', являющихся нормалями к плоскости зеркала. Из прямоугольного треугольника AOD

$$\operatorname{tg}\alpha = \frac{OD}{AO} = \frac{l}{2a} = \frac{1}{2}.$$

Искомую величину находим из прямоугольного $\triangle ABB'$:

$$x = B'B\operatorname{tg}\alpha = (BC + CB')\operatorname{tg}\alpha = 2a\operatorname{tg}\alpha = 2a\cdot\frac{1}{2} = a.$$

Задача 122

Вогнутое зеркало с радиусом кривизны 0,9 м дает действительное уменьшенное в 3 раза изображение плоского предмета, установленного перпендикулярно к главной оптической оси зеркала. Определить местоположение предмета и его изображения относительно зеркала.

Условие: $R = 0{,}9$ м;

$$k = \frac{1}{3}.$$

a — ? b — ?

Решение. Так как изображение действительное и уменьшенное, а зеркало собирающее, то предмет находится от него на расстоянии, большем $2F$, где F — главное фокусное расстояние зеркала:

$$F = \frac{R}{2}.$$

По этим данным строим изображение предмета в зеркале (рис. 91). При построении используем лучи, параллельные главной оптической оси зеркала, и лучи, проходящие через фокус. Тогда из подобия треугольников ABF и CEF и треугольников CDF и $A'B'F$ получим:

$$\frac{h}{H} = \frac{a-F}{F};$$
$$\frac{h}{H} = \frac{F}{b-F}.$$

Учитывая, что увеличение

$$k = \frac{H}{h},$$

находим:

$$a=\frac{R}{2}\cdot\frac{k+1}{k}=1{,}8\ \text{м};$$

$$b=\frac{R}{2}(k+1)=0{,}6\ \text{м}.$$

Отметим, что из приведенных равенств легко получить формулу зеркала

$$\frac{1}{a}+\frac{1}{b}=\frac{1}{F}$$

и формулу для определения увеличения зеркала

$$k=\frac{H}{h}=\frac{b}{a}=\frac{F}{a-F}=\frac{b-F}{b}.$$

Иными словами, приведенную задачу возможно также решать, пользуясь формулой зеркала (учитывая, что знаки перед

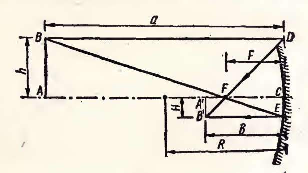


Рис. 91

a, b и F положительные) и формулой для определения увеличения.

Задача 123

Определить увеличение сферического зеркала, если известен радиус зеркала R и расстояние от предмета до главного фокуса этого зеркала l_0.

Условие: $R=2F$;
l_0.
k — ?

Решение. Зеркало может быть как рассеивающим, так и собирающим.

1. Зеркало рассеивающее (рис. 92, *а*).

Рассматривая подобные треугольники ODF и $A'B'F$, а также треугольники ABF и OEF, получаем:

$$\frac{H}{h}=\frac{F-b}{F};$$

$$\frac{H}{h}=\frac{F}{a+F},$$

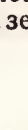
где $H=A'B'$; $h=AB$; $b=OA'$; $a=OA$. Из рис. 92, *а* видно, что

$$l_0=a+F$$

или

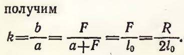
$$a=l_0-F.$$

Из последних равенств, с учетом, что увеличение зеркала

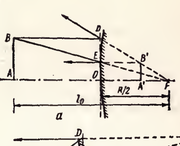


$$k=\frac{H}{h}=\frac{b}{a},$$

получим



$$k=\frac{b}{a}=\frac{F}{a+F}=\frac{F}{l_0}=\frac{R}{2l_0}.$$



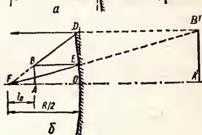


Рис. 92

Отметим, что из приведенных зависимостей легко получить формулу зеркала.

2. Зеркало собирающее (рис. 92, *б*).

Если изображение мнимое, то, рассматривая подобные треугольники ABF и ODF и треугольники OEF и $A'B'F$, получаем:

$$\frac{H}{h}=\frac{F}{F-a};$$

$$\frac{H}{h}=\frac{F+b}{F},$$

откуда, с учетом зависимостей

$$F=a+l_0;$$

$$k=\frac{H}{h},$$

получим

$$k=\frac{F}{l_0}=\frac{R}{2l_0}.$$

Если изображение действительное, то, как видно из решения задачи 122,

$$k = \frac{b-F}{F};$$

$$k = \frac{F}{a-F};$$

$$k = \frac{H}{h}.$$

Тогда, учитывая, что в случае действительного изображения в собирающем зеркале

$$l_0 = a - F,$$

получаем

$$k = \frac{F}{l_0} = \frac{R}{2l_0}.$$

Из приведенных равенств легко получить формулы собирающего зеркала для случаев и мнимого, и действительного изображений.

Таким образом, увеличение сферического зеркала

$$k = \frac{b}{a} = \frac{F}{l_0} = \frac{R}{2l_0}.$$

Задача 124

Сходящиеся лучи падают на выпуклое зеркало так, что их продолжения пересекаются на главной оптической оси за зеркалом на расстоянии 0,8 м. На каком расстоянии от зеркала пересекутся лучи после отражения, если радиус кривизны зеркала 0,6 м?

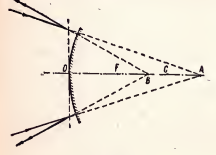


Рис. 93

Условие: $a = -0{,}8$ м; $R = -0{,}6$ м.

$b - ?$

Решение. Так как на зеркало падают сходящиеся лучи (рис. 93), точку их пересечения A, образующуюся в отсутствие зеркала, можно рассматривать как мнимый предмет, установленный перед зеркалом. Изображение мнимого предмета в выпуклом зеркале может быть как мнимым, так и действительным. Предполо-

жим, что оно действительное. Тогда по формуле зеркала

$$-\frac{1}{a}+\frac{1}{b}=-\frac{1}{F}=-\frac{2}{R}$$

получим

$$-b=\frac{aR}{2a-R}=0{,}48 \text{ м, т. е. } b<0.$$

Следовательно, после отражения выпуклым зеркалом сходящиеся лучи становятся расходящимися и поэтому пересекаются не сами лучи, а их продолжения на расстоянии 0,48 м за зеркалом (изображение мнимое). Если бы получили $b>0$, изображение было бы действительным.

Отметим, что подобные задачи и в случае вогнутого зеркала решаются аналогично.

Задача 125

Световой луч из воздуха падает на стеклянную (легкий крон) пластинку так, что преломленный и отраженный лучи взаимно перпендикулярны (рис. 94). Определить угол падения.

Условие: $n=\frac{3}{2}$;

$\angle OAT=\frac{\pi}{2}$.

α — ?

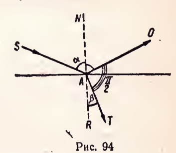


Рис. 94

Решение. Так как преломленный и отраженный лучи взаимно перпендикулярны, то, с учетом закона отражения,

$$\angle NAO+\angle OAT+\angle TAR=\pi$$

или

$$\alpha+\frac{\pi}{2}+\beta=\pi,$$

откуда получаем связь между углом падения α и углом преломления β:

$$\beta=\frac{\pi}{2}-\alpha.$$

По закону преломления

$$\frac{\sin\alpha}{\sin\beta}=n.$$

Тогда

$$\operatorname{tg}\alpha=n,$$

откуда

$$\alpha=\operatorname{arctg} n=\operatorname{arctg}\frac{3}{2}\approx 56°.$$

Задача 126

Световой луч проходит плоскопараллельную стеклянную (легкий крон) пластинку толщиной 4 см, погруженную в воду. Определить смещение луча пластинкой, если угол падения 30°.

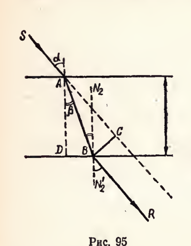


Рис. 95

Условие: $n_c = \frac{3}{2}$;

$n_в = \frac{4}{3}$;

$d = 4$ см;

$\alpha = 30°$.

x — ?

Решение. Согласно закону преломления, для каждой из преломляющих поверхностей пластинки (рис. 95)

$$\frac{\sin\alpha}{\sin\beta} = \frac{n_c}{n_в};$$

$$\frac{\sin(\angle ABN_2)}{\sin(\angle N_2'BR)} = \frac{n_в}{n_c}.$$

Здесь n_c и $n_в$ — показатели преломления стекла и воды, α и β — углы падения и преломления.

Накрест лежащие углы ABN_2 и BAD при параллельных прямых AD и N_2N_2', являющихся нормалями к параллельным сторонам пластинки, равны. Тогда, с учетом записанных формул, $\angle N_2'BR = \alpha$, т. е. $BR \parallel SA$.

Из треугольника ABC имеем

$$x = BC = AB\sin(\angle BAC) = AB\sin(\alpha - \beta).$$

Из треугольника ABD

$$AB = \frac{AD}{\cos\beta} = \frac{d}{\cos\beta}.$$

Из полученных выражений, с учетом того, что $\alpha < \frac{\pi}{2}$, имеем

$$x = \frac{d}{\cos\beta}\sin(\alpha - \beta) = d\left(\sin\alpha - \frac{n_в\sin 2\alpha}{2\sqrt{n_c^2 - n_в^2\sin^2\alpha}}\right) =$$

$$= 2\left(1 - 4\sqrt{\frac{3}{65}}\right) \text{ см} \approx 0{,}3 \text{ см}.$$

Задача 127

На дне водоема глубиной 2 м находится точечный источник света. При рассмотрении источника света из воздуха по вертикали кажущееся расстояние от поверхности воды до него оказалось равным 1,5 м. Определить показатель преломления воды.

Условие: $H=2$ м;
$h=1{,}5$ м.
n — ?

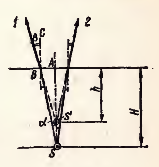


Рис. 96

Решение. Пусть из источника S (рис. 96) выходят два луча под такими малыми углами α к вертикали, что, выйдя из воды под углом β к вертикали, они оба попадают в глаз и формируют изображение рассматриваемой точки на его сетчатке. Тогда

$$\alpha \approx \sin\alpha \approx \operatorname{tg}\alpha;$$
$$\beta \approx \sin\beta \approx \operatorname{tg}\beta.$$

Кажущееся изображение источника S находится на продолжении попадающих в глаз лучей *1* и *2*, т. е. в точке S'.

Из треугольников ABS и ABS', с учетом равенства накрест лежащих и соответственных углов при параллельных прямых (нормали к поверхности воды BC и AS), получим:

$$AB = AS \operatorname{tg}(\angle ASB) = H \operatorname{tg}\alpha;$$
$$AB = AS' \operatorname{tg}(\angle AS'B) = h \operatorname{tg}\beta,$$

откуда, с учетом закона преломления

$$\frac{\sin\alpha}{\sin\beta} = \frac{1}{n}$$

и того, что углы α и β малы, получим

$$H = hn.$$

Тогда

$$n = \frac{H}{h} = \frac{4}{3}.$$

Задача 128

Плоское дно водоема глубиной H рассматривается из воздуха. Определить кажущуюся глибину водоема, если луч зрения с вертикалью составляет угол β.

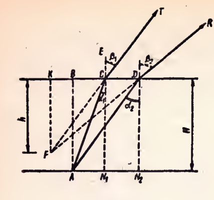


Рис. 97

Условие: n;
H;
β.
h — ?

Решение. Кажущееся изображение F произвольной точки A дна водоема (рис. 97) будет находиться в точке пересечения продолжений лучей CT и DR, которые получены после преломления лучей AC и AD, выходящих из рассматриваемой точки. Так как зрачок глаза мал, продолжения лучей CT и DR, попадающих в него, пересекаются под небольшим углом. Тогда углы преломления β_1 и β_2 и углы падения α_1 и α_2 между собой отличаются мало: $\beta_1 \approx \beta_2 = \beta$, $\alpha_1 \approx \alpha_2 = \alpha$. По закону преломления

$$\sin \beta_1 = n \sin \alpha_1;$$

$$\sin \beta_2 = n \sin \alpha_2.$$

Через рассматриваемую точку A и кажущееся изображение F проведем вертикали. Тогда из прямоугольных треугольников ABC и ABD, с учетом того, что $\angle BAC = \alpha_1$ и $\angle BAD = \alpha_2$,

$$BC = H \operatorname{tg} \alpha_1;$$

$$BD = H \operatorname{tg} \alpha_2.$$

Из рисунка видно, что

$$CD = BD - BC = H(\operatorname{tg} \alpha_2 - \operatorname{tg} \alpha_1);$$

$$\angle CDF = \frac{\pi}{2} - \beta_2, \text{ а } \angle FCD = \frac{\pi}{2} + \beta_1,$$

откуда

$$\angle CFD = \pi - \left(\frac{\pi}{2} - \beta_2\right) - \left(\frac{\pi}{2} + \beta_1\right) = \beta_2 - \beta_1.$$

Тогда по теореме синусов из треугольника CDF получим

$$\frac{CD}{\sin(\beta_2 - \beta_1)} = \frac{CF}{\sin\left(\frac{\pi}{2} - \beta_2\right)},$$

откуда, с учетом ранее полученных зависимостей,

$$CF=CD\frac{\cos\beta_2}{\sin(\beta_2-\beta_1)}=H\frac{(\operatorname{tg}\alpha_2-\operatorname{tg}\alpha_1)\cos\beta_2}{\sin(\beta_2-\beta_1)}.$$

Из прямоугольного треугольника KFC, с учетом равенства вертикальных углов TCD и KCF, получим

$$h=KF=CF\sin\left(\frac{\pi}{2}-\beta_1\right)=CF\cos\beta_1.$$

Из последних равенств, с учетом закона преломления и приближенного равенства углов преломления, равно как и углов падения, имеем

$$h=H\frac{\operatorname{tg}\alpha_1-\operatorname{tg}\alpha_2}{\operatorname{tg}\beta_1-\operatorname{tg}\beta_2}\approx\frac{H}{n}\left(\frac{\cos\beta}{\cos\alpha}\right)^3=$$

$$=n^2H\left(\frac{\cos\beta}{\sqrt{n^2-\sin^2\beta}}\right)^3.$$

Задача 129

На каком максимальном удалении от наблюдателя могут находиться точки плоского дна водоема глубиной H, кажущееся изображение которых он видит, находясь в воздухе и приблизив свой глаз вплотную к поверхности воды?

Условие: n;
H.
l_{max} — ?

Решение. Из рис. 97 и решения задачи 128 видно, что

$$l=AC=\frac{H}{\cos\alpha_1}\approx\frac{H}{\cos\alpha_2}=\frac{H}{\cos\alpha}.$$

Наблюдатель не сможет увидеть такие точки дна, лучи от которых испытывают на поверхности воды в точке размещения его глаза полное внутреннее отражение. Тогда

$$\sin\alpha_{пр}=\frac{1}{n}.$$

Из полученных данных

$$l_{max}=H\frac{n}{\sqrt{n^2-1}}.$$

Задача 130

На дне водоема глубиной $\sqrt{7}$ м находится точечный источник света. На поверхности воды плавает тонкий деревянный диск так, что его центр находится над источником. При каком минимальном радиусе диска лучи от источника не будут выходить из воды?

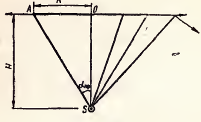


Рис. 98

Условие: $H=\sqrt{7}$ м;

$n=\frac{4}{3}$.

R — ?

Решение. Расходящийся пучок лучей от источника S выходит из воды после преломления на ее поверхности, причем из воды выходят только те лучи, которые падают на поверхность воды под углами, меньшими предельного угла $\alpha_{пр}$ полного внутреннего отражения (рис. 98). Тогда, учитывая, что центр диска находится над источником, заключаем, что лучи от источника не будут выходить из воды в том случае, если диск будет основанием прямого кругового конуса с углом раствора $2\alpha_{пр}$.

Из треугольника OSA имеем

$$R=H \operatorname{tg} \alpha_{пр}.$$

Так как

$$\sin \alpha_{пр}=\frac{1}{n},$$

то, учитывая, что $\alpha_{пр}<\frac{\pi}{2}$, получаем

$$R=\frac{H}{\sqrt{n^2-1}}=3 \text{ м}.$$

Задача 131

Луч света падает на одну из преломляющих граней правильной трехгранной призмы, испытывает полное внутреннее отражение на второй ее преломляющей грани и выходит через третью грань. Определить минимальный угол между падающим и выходящим из призмы лучами, если она изготовлена из стекла (легкий крон) и расположена в воздухе.

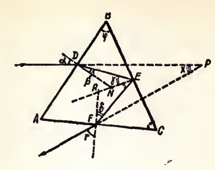


Рис. 99

Условие: $\varphi=60°$;

$$n=\frac{3}{2}.$$

x — ?

Решение. Пусть при некотором угле падения α на грани BC имеет место полное внутреннее отражение, а луч в призме распространяется так, как показано на рис. 99. Законы преломления на гранях AB и AC и отражения на грани BC позволяют записать:

$$\frac{\sin\alpha}{\sin\beta}=n,$$

$$\frac{\sin\delta}{\sin r}=\frac{1}{n},$$

$$\angle DER=\angle REF=\gamma,$$

где α и δ — углы падения; β и r — углы преломления на гранях соответственно AB и AC; n — показатель преломления стекла.

Из четырехугольника $BDNE$, в котором углы при вершинах D и E прямые (ND и NE — нормали к преломляющим граням), имеем

$$\angle DNE=\pi-\varphi,$$

где φ — преломляющий угол призмы.

Аналогично в четырехугольнике $ERFC$, с учетом того, что призма правильная трехгранная, получим

$$\angle ERF=\pi-\varphi.$$

Тогда в треугольниках DNE и ERF

$$\angle NDE=\beta=\pi-\angle NED-\angle DNE=\pi-\gamma-(\pi-\varphi)=\varphi-\gamma;$$

$$\angle RFE=\delta=\pi-\angle FER-\angle ERF=\pi-\gamma-(\pi-\varphi)=\varphi-\gamma,$$

откуда, с учетом закона преломления, $\alpha=r$.

В четырехугольнике $ADPF$

$$\angle ADP=\pi-\angle BDP=\pi-\left(\frac{\pi}{2}-\alpha\right)=\frac{\pi}{2}+\alpha;$$

$$\angle AFP=\pi-\angle CFP=\pi-\left(\frac{\pi}{2}-r\right)=\frac{\pi}{2}+r=\frac{\pi}{2}+\alpha;$$

$$\angle BAC=\varphi,$$

причем

$$\angle ADP+\angle AFP+\angle BAC+x=2\pi,$$

откуда

$$x=\pi-\varphi-2\alpha.$$

Как видно из рисунка, с увеличением угла α угол падения луча на грань BC уменьшается, при этом угол x также уменьшается. Увеличивать угол α можно только до тех пор, пока угол падения γ на грань BC не достигнет предельного угла полного внутреннего отражения. Таким образом, угол x будет минимальным в том случае, когда

$$\gamma=\gamma_{пр},$$

где $\sin\gamma_{пр}=\frac{1}{n}$.

Тогда, зная, что $\beta=\varphi-\gamma$, и учитывая закон отражения и то, что $\gamma_{пр}<\frac{\pi}{2}$, получаем

$$\sin\alpha_{max}=n\sin\beta=n\sin(\varphi-\gamma_{пр})=\sin\varphi\sqrt{n^2-1}-\cos\varphi,$$

откуда

$$x_{min}=\pi-\varphi-2\arcsin(\sin\varphi\sqrt{n^2-1}-\cos\varphi)\approx 64°.$$

Задача 132

Оптическая сила тонкой вогнуто-выпуклой линзы в воздухе равна 2 дп, а в жидкости с показателем преломления 1,6 минус 0,25 дп. Определить показатель преломления материала линзы и ее радиусы кривизны, если известно, что один из радиусов кривизны линзы вдвое больше второго.

Условие: $n_ж=1{,}6$;
$D_в=2$ дп;
$D_ж=-0{,}25$ дп;
$|R_1|=2|R_2|$.

$n_л$ — ? R_1 — ? R_2 — ?

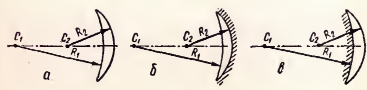


Рис. 100

Решение. Так как линза вогнуто-выпуклая (рис. 100, a), то

$$D_в=(n_л-1)\left(-\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}\right);$$

$$-D_ж=\left(\frac{n_л}{n_ж}-1\right)\left(-\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}\right).$$

Тогда, учитывая, что $|R_1|=2|R_2|$, получаем:

$$D_в=(n_л-1)\frac{1}{2R_2};$$

$$-D_ж=\frac{n_л-n_ж}{n_ж}\cdot\frac{1}{2R_2},$$

откуда

$$n_л=\frac{(D_в+D_ж)n_ж}{D_в+D_ж n_ж}=1{,}5;$$

$$R_2=\frac{n_л-1}{2D_в}=0{,}125 \text{ м};$$

$$|R_1|=2|R_2|=0{,}25 \text{ м}.$$

Так как радиус вогнутой поверхности отрицательный, $R_1=-0{,}25$ м.

Как видно из приведенной задачи, одна и та же линза, в зависимости от соотношения показателей преломления материала линзы и окружающей среды, может быть и собирающей и рассеивающей. Причем, если линза в среде с показателем преломления, большим показателя преломления материала линзы, собирающая, она становится рассеивающей в среде с показателем преломления, большим показателя преломления материала линзы, и наоборот.

Задача 133

С помощью двояковыпуклой тонкой линзы на экране получено резкое изображение точечного источника света, отстоящего от экрана и от линзы на расстояниях соответственно 2 и 0,6 м. Определить главное фокусное расстояние линзы.

Условие: $a+b=l=2$ м;
$a=0{,}6$ м.
F — ?

Решение. Так как изображение на экране может быть только действительным и расстояние от источника до линзы a меньше расстояния от изображения до линзы ($b=l-a$), то условию задачи соответствует рис. 101.

Рассмотрев подобные треугольники ASF и OBF, а также треугольники ASO и $A'S'O$, запишем:

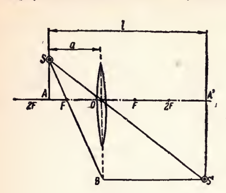


Рис. 101

$$\frac{a-F}{F}=\frac{h}{H};$$

$$\frac{a}{b}=\frac{h}{H}=\frac{SA}{S'A'}.$$

Учитывая, что расстояние от источника до экрана

$$l=a+b,$$

получаем

$$F=\frac{a(l-a)}{l}=0{,}42 \text{ м}.$$

Из приведенных равенств легко получить формулу линзы и формулу для определения ее линейного увеличения.

Задача 134

Предмет отстоит от главного фокуса тонкой линзы на расстоянии, в n раз большем главного фокусного расстояния этой линзы. Определить возможные увеличения линзы.

Условие: $l_0=nF.$
k — ?

Решение. Расстояние от предмета до линзы можно выразить формулой

$$a=F\pm l_0=F\pm nF,$$

где F — главное фокусное расстояние линзы; l_0 — расстояние от предмета до главного фокуса.

Знак плюс относится к случаю, когда предмет отстоит от линзы дальше ее главного фокуса, знак минус — когда предмет расположен между линзой и фокусом.

Если линза собирающая (рис. 102, *а*, *б*), то, используя формулу линзы

$$\frac{1}{a}\pm\frac{1}{b}=\frac{1}{F},$$

определяем увеличение

$$k=\frac{b}{a}=\pm\frac{F}{a-F}=\frac{1}{n}.$$

Если линза рассеивающая (рис. 102, *в*), то из формулы линзы

$$\frac{1}{a} - \frac{1}{b} = -\frac{1}{F}$$

получаем

$$k = \frac{b}{a} = \frac{F}{F+a} = \frac{1}{2 \pm n}.$$

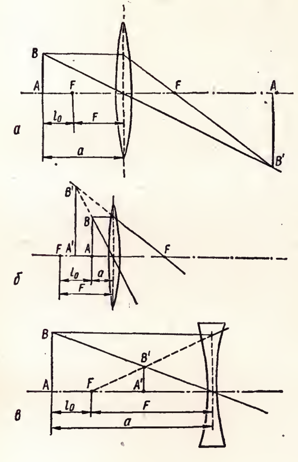


Рис. 102

Из этих решений видно, что увеличение собирающей линзы в случае действительного изображения ($a \geqslant F$, $F < 0$) при удалении предмета из ее главного фокуса в бесконечность ($0 \leqslant n \leqslant \infty$) изменяется от ∞ до 0. В случае мнимого изображения в собираю-

щей линзе ($a \leqslant F$, $F > 0$) при приближении предмета из ее главного фокуса к линзе ($0 \leqslant n \leqslant 1$) увеличение изменяется от ∞ до 1. Увеличение рассеивающей линзы ($F < 0$) при перенесении предмета из главного фокуса в бесконечность ($a \geqslant F$) изменяется от $\frac{1}{2}$ до 0, при перенесении предмета из главного фокуса к линзе ($a \leqslant F$) — от $\frac{1}{2}$ до 1.

Задача 135

Одна из преломляющих поверхностей линзы, описанной в задаче 132, посеребрена. Определить оптическую силу полученной системы (в воздухе).

Условие: $R_1 = -0{,}25$ м;
$R_2 = 0{,}125$ м;
$n = 1{,}5$.
$D - ?$

Решение. Полученная в результате серебрения одной из преломляющих поверхностей вогнуто-выпуклой линзы оптическая система состоит из двух одинаковых линз и одного зеркала, так как падающий на линзу свет после прохождения через нее и отражения от зеркала снова проходит через эту же линзу. В случае серебрения выпуклой поверхности линзы (рис. 100, *б*) оптическая система состоит из двух вогнуто-выпуклых линз и вогнутого зеркала. При серебрении вогнутой поверхности (рис. 100, *в*) оптическая система отличается от предыдущей тем, что зеркало будет выпуклым. Так как в обоих случаях имеем простейшие центрированные оптические системы, их оптические силы будут:

$$D_1 = 2D_л + D_{вг} = 2(n-1)\left(-\frac{1}{R_1} \pm \frac{1}{R_2}\right) \pm \frac{2}{R_2} = 20 \text{ дп};$$

$$D_2 = 2D_л - D_{вп} = 2(n-1)\left(-\frac{1}{R_1} \mp \frac{1}{R_2}\right) - \frac{2}{R_1} = -4 \text{ дп},$$

где D_1 — оптическая сила системы в случае серебрения выпуклой поверхности линзы; D_2 — то же при серебрении вогнутой поверхности линзы; $D_{вг}$ — оптическая сила вогнутого зеркала; $D_{вп}$ — оптическая сила выпуклого зеркала.

Задача 136

Тонкая собирающая линза с оптической силой 2,5 дп сложена вплотную с тонкой рассеивающей линзой с главным фокусным расстоянием 0,5 м так, что их оптические оси совпадают. Опре-

делить местоположение предмета, помещенного перед этими линзами, если его изображение находится от линз на расстоянии 0,5 м.

Условие: $D_1=2{,}5$ дп;
$F_2=-0{,}5$ м;
$b=0{,}5$ м.
a — ?

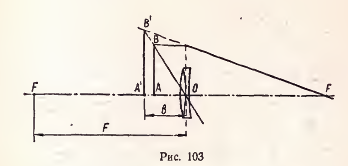


Рис. 103

Решение. Сложенные вплотную тонкие линзы (рис. 103) с оптическими силами D_1 и D_2 можно рассматривать как одну линзу с оптической силой

$$D=D_1-D_2=D_1-\frac{1}{F_2}.$$

Тогда главное фокусное расстояние рассматриваемой центрированной оптической системы

$$F=\frac{1}{D}=\frac{1}{D_1-\frac{1}{F_2}}=2 \text{ м}.$$

Так как $b<F$, то изображение мнимое, и тогда по формуле тонкой линзы

$$\frac{1}{a}-\frac{1}{b}=D$$

имеем

$$a=\frac{1}{D_1-\frac{1}{F_2}+\frac{1}{b}}=0{,}4 \text{ м}.$$

Задача 137

Линзы, описанные в задаче 136, вдоль оптической оси раздвинуты на расстояние 0,9 м, а предмет помещен на расстоянии 0,6 м от собирающей линзы. Определить местоположение изображения относительно рассеивающей линзы и увеличение системы.

Условие: $D_1=2{,}5$ дп;
$F_2=-0{,}5$ м;
$l=0{,}9$ м;
$a_1=0{,}6$ м.

b_2 — ? k — ?

Решение. Так как линзы раздвинуты вдоль оптической оси, система линз осталась центрированной. Изображение $A'B'$

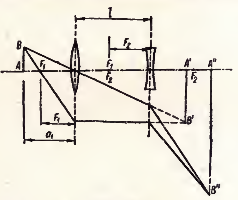


Рис. 104

предмета AB (рис. 104), сформированное собирающей линзой, промежуточное и служит предметом для рассеивающей линзы.

Местоположение промежуточного изображения определим по формуле собирающей линзы. Так как главное фокусное расстояние этой линзы

$$F_1=\frac{1}{D_1}=0{,}4 \text{ м}$$

меньше расстояния до предмета, промежуточное изображение будет действительным. Тогда из формулы собирающей линзы

$$\frac{1}{a_1}+\frac{1}{b_1}=\frac{1}{F_1}$$

получим

$$b_1=\frac{a_1F_1}{a_1-F_1}=1{,}2 \text{ м}.$$

Это изображение от рассеивающей линзы расположено на расстоянии

$$a_2 = b_1 - l = 0{,}3 \text{ м}.$$

Из построения (рис. 104) видно, что на рассеивающую линзу падает сходящийся пучок лучей (сравните с решением задачи 124), т. е. предмет для этой линзы является мнимым.

По формуле рассеивающей линзы

$$-\frac{1}{a_2} + \frac{1}{b_2} = -\frac{1}{F_2}$$

имеем

$$b_2 = \frac{a_2 F_2}{F_2 - a_2} = \frac{(b_1 - l) F_2}{b_1 - l - F_2} = +0{,}75 \text{ м}.$$

Знак плюс в ответе свидетельствует, что изображение $A''B''$, формируемое рассеивающей линзой, является действительным, что возможно в результате падения на нее сходящегося пучка лучей.

Увеличение системы

$$k = k_1 k_2 = \frac{b_1}{a_1} \cdot \frac{b_2}{a_2} = 5.$$

Задача 138

Перпендикулярно к главной оптической оси тонкой линзы с оптической силой 5 дп на некотором расстоянии от нее установлено плоское зеркало. Определить увеличение данной оптической системы и местоположение изображения, полученного при помощи этой системы, если известно, что предмет плоский и расположен перед линзой в ее фокальной плоскости, а зеркало находится за линзой.

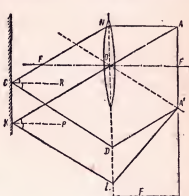


Рис. 105

Условие: $a = F$;
$D = 5$ дп.
$k - ?$ $b - ?$

Решение. Главное фокусное расстояние линзы

$$F = \frac{1}{D} = 0{,}2 \text{ м}.$$

По условию задачи, с учетом полученного значения для F, построим изображение в данной оптической системе (рис. 105), используя лучи, параллельные главной оптической оси линзы

и проходящие через ее оптический центр. Так как предмет находится в фокусе линзы, лучи, идущие из точки A предмета, после линзы будут параллельными.

В соответствии с законом отражения $\angle NCR = \angle RCD$ и $\angle OKP = \angle PKL$, где CR и KP — нормали к зеркалу в точках C и K, параллельные главной оптической оси линзы. Отраженные зеркалом лучи CD и KL параллельны и после преломления линзой пересекаются в точке A', лежащей в фокальной плоскости линзы. Эта точка является точкой пересечения побочной оптической оси линзы OA', параллельной отраженным зеркалом и падающим на линзу лучам CD и KL, с фокальной плоскостью (точка A' — побочный фокус линзы).

Таким образом, изображение точки A оптической системой попадает в фокальную плоскость линзы. Аналогично можно показать, что изображение всех точек предмета AF будет также лежать в фокальной плоскости линзы, т. е. изображение данного предмета в рассматриваемой оптической системе является действительным и обратным, причем его расстояние от линзы

$$b = F = \frac{1}{D} = 0{,}2 \text{ м}.$$

Тогда увеличение системы

$$k = \frac{b}{a} = 1.$$

Из приведенного решения видно, что ответ не зависит от расстояния между линзой и зеркалом, если предмет помещен в фокальной плоскости.

Задача 139

Однородный пучок параллельных световых лучей падает по нормали к безграничной плоскости. Внутри светового пучка поместили шар (рис. 106), поверхность которого идеально отражает световые лучи. Какая доля падающих на шар лучей после отражения достигает плоскости?

Условие: $KA \perp MN$.

η — ?

Решение. Площадь поперечного сечения пучка световых лучей, падающих на шар, равна площади большого круга шара $S = \pi R^2$. Так как пучок световых лучей является однородным, а лучи параллельны, полный световой поток, отражаемый шаром в силу идеального отражения,

$$\Phi_0 = ES = E\pi R^2,$$

где E — освещенность плоскости в отсутствие шара.

Так как радиусы шара являются нормалями к его поверхности, то, исходя из закона отражения, заключаем (рис. 106, *а*), что все лучи, падающие на поверхность шара под углами, большими 45°, достигают плоскости. Те лучи, которые падают под углами $\alpha=45°$ и менее, на плоскость не попадают, т. е. на плоскость после отражения не попадают лучи, которые падают на кривую поверхность шарового сегмента, вырезаемую на поверхности шара конусом с вершиной в центре шара и углом раствора $2\alpha=90°$. Площадь поперечного сечения параллельного пучка этих лучей равна площади основания шарового сегмента (рис. 106, *б*), совпадающей с площадью основания прямого кругового конуса с углом раствора 2α и образующей, равной радиусу шара.

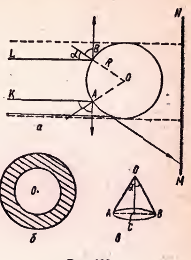


Рис. 106

Из прямоугольного треугольника ACO (рис. 106, *в*) находим радиус основания конуса:

$$r=R\sin\alpha.$$

Тогда

$$S_к=\pi r^2=\pi R^2\sin^2\alpha.$$

Как и при определении потока Φ_0, поток, отраженный шаром и не попадающий на плоскость,

$$\Phi'=ES_к=E\pi R^2\sin^2\alpha.$$

Тогда световой поток, отраженный шаром и достигающий плоскости,

$$\Phi_{пл}=\Phi_0-\Phi'=E\pi R^2-E\pi R^2\sin^2\alpha=E\pi R^2\cos^2\alpha.$$

Из полученных данных находим искомую величину.

$$\eta=\frac{\Phi_{пл}}{\Phi_0}=\frac{E\pi R^2\cos^2\alpha}{E\pi R^2}=\cos^2\alpha=\frac{1}{2}.$$

Задача 140

Точечный источник, сила света которого 50 кд, установлен над столом на высоте 1 м. Определить освещенность стола в точке, расположенной под источником, если над источником параллельно столу на расстоянии 1,5 м от стола установлено идеально отражающее плоское зеркало.

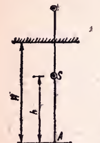


Рис. 107

Условие: $I=50$ кд;
$h=1$ м;
$H=1,5$ м;
$\alpha=0$.

E — ?

Решение. В соответствии с законом отражения изображение источника S в плоском зеркале находится на одной вертикали с источником (рис. 107) и удалено от стола на расстояние

$$R=H+H-h=2H-h,$$

а сила света мнимого источника S' равна I, так как в зеркале нет потерь энергии. Тогда освещенность в точке A создается двумя источниками S и S', установленными над этой точкой:

$$E=E_S+E_{S'}=\frac{I}{h^2}+\frac{I}{(2H-h)^2}=62,5 \text{ лк}.$$

Задача 141

На главной оптической оси вогнутого сферического зеркала с главным фокусным расстоянием 0,4 м на расстоянии 0,6 м от полюса зеркала помещен точечный источник света. На расстоянии 1 м от источника перпендикулярно к главной оптической оси зеркала установлен плоский экран. Определить освещенность экрана в точке, лежащей на главной оптической оси зеркала, если сила света источника 100 кд. Зеркало считать идеально отражающим.

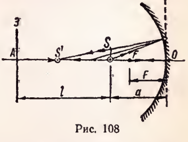


Рис. 108

Условие: $F=0,4$ м;
$a=0,6$ м;
$l=1$ м;
$I=100$ кд.

E — ?

Решение. Освещенность в точке A экрана равна сумме освещенностей, создаваемых источником S и его изображением S' (рис. 108):

$$E=E_S+E_{S'}.$$

Определим местоположение изображения S'. Так как $a>F$, изображение источника является действительным. По формуле зеркала

$$\frac{1}{a}+\frac{1}{b}=\frac{1}{F}$$

имеем

$$b=\frac{aF}{a-F}.$$

Тогда расстояние от экрана до изображения S'

$$AS'=AO-OS'=AS+OS-OS'=l+a-b.$$

Световой поток Φ, падающий от источника S силой света I на сферическую поверхность S_0 зеркала, отражается им и, пройдя точку S', попадает на экран Э. Этот поток создает дополнительную освещенность экрана. Ее можно рассматривать полученной от точечного источника света силой I', расположенного в точке S'.

Световой поток Φ, падающий на зеркало, равен световому потоку Φ', отраженному им (зеркало идеально отражающее).

Световые потоки Φ и Φ' определим по формулам:

$$\Phi=I\omega=I\frac{S_0}{a^2};$$

$$\Phi'=I'\omega'=I'\frac{S_0}{b^2},$$

где ω и ω' — телесные углы, под которыми видна поверхность S_0 соответственно из точек S и S'. Тогда

$$I'=I\left(\frac{b}{a}\right)^2=I\frac{F^2}{(a-F)^2}.$$

Так как точка A, в которой определяется освещенность, лежит на главной оптической оси зеркала,

$$E=\frac{I}{l^2}+\frac{I'}{(AS')^2}=\frac{I}{l^2}+\frac{I\frac{F^2}{(a-F)^2}}{\left(l+a-\frac{aF}{a-F}\right)^2}=$$

$$=\frac{I}{l^2}+\frac{IF^2}{[(a-F)(l+a)-aF]^2}=2600 \text{ лк}.$$

Задача 142

Точечный источник, сила света которого I, помещен в главном фокусе тонкой собирающей линзы на расстоянии l от экрана, установленного за линзой перпендикулярно к ее главной оптической оси (рис. 109), при этом освещенность экрана, созданная такой системой, равна $E_л$. Во сколько раз освещенность экрана в точке, лежащей на главной оптической оси линзы, отличается от той освещенности, которая была бы в этой точке при отсутствии линзы? Потерями света пренебречь.

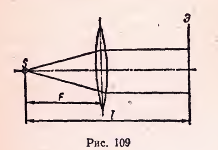


Рис. 109

Условие: $E_л$;
l;
I.

$$x = \frac{E_л}{E} - ?$$

Решение. Так как точечный источник света помещен в главном фокусе собирающей линзы, световой пучок, распространяющийся после линзы и падающий на экран, будет параллельным. Поэтому освещенность экрана во всех точках падения этого светового пучка (в частности, и в точке, лежащей на пересечении главной оптической оси линзы с экраном) будет одинаковой и равной $E_л$ (по условию задачи).

Освещенность экрана в случае отсутствия линзы можно определить по закону освещенности:

$$E = \frac{I}{r^2} \cos \alpha.$$

Согласно условию задачи, $\cos \alpha = 1$ и $r = l$.
Тогда

$$x = \frac{E_л}{E} = \frac{l^2 E_л}{I}.$$

Глава XV
ФИЗИЧЕСКАЯ ОПТИКА

Программа

Дисперсия света. Спектр. Спектроскоп. Инфракрасная и ультрафиолетовая части спектра. Спектры испускания. Спектры поглощения. Понятие о спектральном анализе. Фотоэлектрический эффект. Исследования А. Г. Столетова по фотоэлектрическому эффекту. Законы фотоэффекта. Уравнение Эйнштейна. Фотоэлементы и их применение. Развитие взглядов на природу света. Электромагнитная природа световых волн. Понятие о волновых и квантовых свойствах света. Шкала электромагнитных волн.

§ 45. ИНТЕРФЕРЕНЦИЯ И ДИФРАКЦИЯ СВЕТА

Ранее уже отмечалось, что свет имеет волновую природу; он представляет собой электромагнитные волны малой длины. Волновая природа света проявляется в явлениях интерференции и дифракции.

1. Интерференция волн — это явление наложения волн, сопровождающееся образованием интерференционной картины. Интерференционная картина представляет собой чередование максимумов и минимумов колебаний, появляющихся в определенных местах накладывающихся волн.

Интерферировать, т. е. давать интерференционную картину при наложении, могут только когерентные волны. Когерентными называют такие волны, которые имеют одинаковые длины (частоты) и разность фаз возникновения, не изменяющуюся во времени:

$$\lambda_1=\lambda_2(\omega_1=\omega_2);$$
$$\varphi_2-\varphi_1=\text{const}.$$

Две световые волны получают когерентными путем деления световой волны на две части (деление световых волн в зеркалах Френеля, при отражении от граничных поверхностей тонких пленок и т. д.). При наложении их друг на друга в различных местах экрана одновременно встречаются различные волновые поверхности. В каждой точке экрана налагающиеся волны имеют определенную, характерную для данной точки и не изменяющуюся во времени разность фаз, возникающую в результате разности хода r_2-r_1 налагаемых волн от точки деления до точки встречи.

В интерференционной картине усиление и ослабление колебаний (освещенностей или интенсивностей) будут в тех ее местах, в которых разность хода налагающихся волн равна соответственно четному и нечетному числу полуволн:

$$r_2-r_1=2m\,\frac{\lambda}{2};$$
$$r_2-r_1=(2m+1)\,\frac{\lambda}{2},$$

где $m=0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, \ldots$

Эти соотношения используются при расчете радиусов темных и светлых колец Ньютона (обычно наблюдают в отраженном свете), определяемых соответственно по формулам:

$$r_{m\text{т}}^2=2mR\,\frac{\lambda}{2};$$
$$r_{m\text{с}}^2=(2m+1)R\,\frac{\lambda}{2},$$

где R — радиус выпуклой поверхности линзы, с помощью которой получают интерференционную картину.

Таким образом, при интерференции света нарушается закон аддитивного сложения освещенностей в каждой точке экрана (интерференционной картины). Световые же потоки, рассчитанные для всего экрана, складываются аддитивно (выполнение закона сохранения энергии).

2. Дифракция волн — это явление огибания волнами встречающихся препятствий. Дифракция волн хорошо наблюдается только в том случае, если размеры препятствий (отверстий) соизмеримы с длинами этих волн. При дифракции световых волн имеет место нарушение закона прямолинейного распространения света. Так как длина световых волн очень мала, то дифракция света наиболее хорошо проявляется только при его прохождении через очень малые отверстия (при огибании небольших преград). При дифракции света на экране наблюдается характерное чередование освещенных и темных участков. Такая картина называется дифракционной и возникает в результате интерференции огибающих препятствия световых волн.

И интерференционная, и дифракционная картины могут наблюдаться как в монохроматическом (определенной длины волны), так и в сложном, например белом, свете. В последнем случае наблюдается цветная картина, полученная в результате наложения рассмотренных одноцветных картин.

Для изучения дифракционных явлений широко используются дифракционная решетка, представляющая совокупность большого числа щелей в непрозрачном экране, которые имеют одинаковую ширину и расположены на равных расстояниях друг от друга. Максимумы освещенности в дифракционной картине, получаемой с помощью решетки при нормальном падении лучей на ее поверхность, определяются по формуле

$$d \sin \varphi = k\lambda,$$

где d — постоянная решетки ($d=a+b$, a — ширина щели, b — ширина непрозрачного промежутка между щелями); φ — угол между нормалью к дифракционной решетке и направлением на дифракционный максимум (вершина угла расположена на поверхности решетки); k — порядок максимума ($k=0$, ± 1, ± 2, ± 3, ... определяется номером максимума освещенности в дифракционной картине, начиная от наиболее интенсивного центрального максимума, называемого максимумом нулевого порядка).

§ 46. ДИСПЕРСИЯ СВЕТА. СПЕКТРЫ. ШКАЛА ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ВОЛН

1. Дисперсией света называют явления, обусловленные зависимостью показателя преломления вещества от длины (частоты) световой волны. Под спектром в оптике понимают совокупность длин волн (с учетом интенсивностей), на которые разлагается

сложный свет. В спектре дневного света (часто называемого белым) содержится смесь основных цветов, постепенно переходящих друг в друга. Разложение сложного света в спектр осуществляется спектроскопами и спектрографами.

При наложении всех световых пучков, образующихся при разложении белого света, получается снова белый свет. Цвета, дополняющие данный цвет до белого, называются дополнительными (до белого).

2. Различные источники света испускают свет различного спектрального состава. Спектральный состав тепловых источников света определяется их температурой. Различают сплошные (свечение твердых тел и жидкостей) и линейчатые (свечение паров и газов) спектры испускания.

При прохождении сложного света через вещество часть световых волн частично или полностью поглощается. Их совокупность (с учетом интенсивности поглощения) называется спектром поглощения этого вещества. Атомы каждого элемента (в газообразном состоянии) поглощают свет тех длин волн, которые они сами испускают (закон Кирхгофа).

Каждое вещество обладает специфическими, присущими только ему спектрами испускания и поглощения. Это используется при анализе состава веществ по их спектрам. Такой метод анализа называется спектральным. Он отличается высокой чувствительностью, не требует больших затрат времени и может применяться при анализе недоступных объектов. Например, изучение спектра Солнца позволило установить химический состав его атмосферы.

3. Электромагнитные волны условно делят на радиоволны, инфракрасные, видимые, ультрафиолетовые, рентгеновские и гамма-лучи. Все они возникают в результате движения электрических зарядов в атомах, молекулах, молекулярных системах и т. д. Радиоволны также получают при колебании электрических зарядов в электрических цепях. Гамма-лучи возникают при внутриядерных процессах.

§ 47. ФОТОЭФФЕКТ. КВАНТОВО-ВОЛНОВОЙ ДУАЛИЗМ

1. Явление, заключающееся в испускании электронов поверхностями металлов под действием света, называется фотоэффектом (внешним). Величина фототока насыщения прямо пропорциональна световому потоку, падающему на поверхность металла (закон Столетова). Скорость вылетающих фотоэлектронов не зависит от силы света и определяется его частотой.

Для каждого металла существует определенная минимальная частота света, при которой начинается фотоэффект. При меньших частотах фотоэффект отсутствует. Эта граничная частота света называется красной границей фотоэффекта.

Закон сохранения энергии при фотоэффекте (формула Эйнштейна):

$$h\nu = A + \frac{mv^2}{2},$$

где $h\nu$ — энергия фотона (h — постоянная Планка, ν — частота света); A — работа выхода электрона из металла (для различных металлов работа выхода различна. Для одного и того же металла она зависит от чистоты его поверхности, термической, механической обработки металла и т. д.); $\frac{mv^2}{2}$ — кинетическая энергия вылетающих электронов (m и v — соответственно масса и скорость электронов).

Если в формуле Эйнштейна положить скорость вылетающих электронов равной нулю, получим частоту красной границы фотоэффекта

$$\nu_{кр} = \frac{A}{h}.$$

Если к поверхности, испускающей фотоэлектроны, приложить положительный потенциал, скорость вылетающих фотоэлектронов уменьшится. Задерживающим потенциалом называют такой потенциал, при котором скорость фотоэлектронов становится равной нулю. Тогда

$$eU_з = \frac{mv^2}{2}.$$

Явление фотоэффекта используется в фотоэлементах, которые находят широкое применение в самых разнообразных устройствах (фотореле, воспроизведение звука в кино и т. д.).

2. Явления фотоэффекта, поглощения и испускания света атомами и другие показывают, что свет распространяется, поглощается и испускается не в виде непрерывных электромагнитных волн, а в виде отдельных порций, называемых фотонами. С другой стороны, явления интерференции и дифракции указывают на волновую природу света, причем, как показывают теория и эксперимент, световые волны имеют электромагнитную природу. Таким образом, с одной стороны, свет имеет волновую, с другой — квантовую природу, т. е. одновременно обладает как волновыми, так и корпускулярными свойствами. Эти свойства не исключают, а дополняют друг друга.

Энергия ε световой корпускулы (фотона) и частота ν световой (электромагнитной) волны пропорциональны, причем коэффициентом пропорциональности служит постоянная Планка h

$$\varepsilon = h\nu.$$

Вопросы для самоконтроля

1. Какие источники света называют когерентными? Какими способами получают когерентные световые волны? Почему независимые источники света обычно не являются когерентными?

2. В чем состоит явление интерференции света? Что собой представляет интерференционная картина? Приведите примеры интерференционных картин. При каких условиях в интерференционной картине появляются максимумы и минимумы освещенности?

3. Объясните происхождение цветов тонких пленок. Как получают кольца Ньютона? Как определить длину волны света, пользуясь кольцами Ньютона?

4. В чем состоит явление дифракции света? Что собой представляет дифракционная картина? Приведите примеры дифракционных картин. Какова роль интерференции при образовании дифракционной картины? Как изменяется дифракционная картина при замене источника монохроматического света с одной длиной волны на источник с другой длиной волны? Каковы требования, предъявляемые к размерам отверстий (преград), на которых наблюдают дифракцию света?

5. Как объяснить возникновение радужных кругов, наблюдаемых вокруг источников света при их рассмотрении через запотевшее стекло? Как возникают ложные солнца?

6. Что называют дифракционной решеткой и для чего она применяется? Какой вид имеет дифракционная картина, полученная с помощью дифракционной решетки при освещении ее монохроматическим светом? при освещении сложным светом? Приведите формулу дифракционной решетки. Как определяется длина световой волны с помощью дифракционной решетки?

7. Что называют дисперсией света? спектром? Что представляет собой спектр белого (видимого) света? Перечислите основные цвета радуги. Какой свет называют монохроматическим?

8. Какие спектры называют спектрами испускания? спектрами поглощения? Как классифицируют и каково происхождение спектров испускания? спектров поглощения?

9. Как используют спектры при анализе химического состава веществ? Каковы особенности и возможности спектрального анализа химического состава веществ?

10. От чего зависит цвет тел? Какие цвета называют дополнительными?

11. Какого цвета будут зеленая трава, красные цветы и другие предметы при рассмотрении их через стекла различных цветов? при освещении этих предметов светом различного спектрального состава?

12. Длина волны монохроматического света при переходе из воздуха в воду уменьшается в n раз (n — показатель преломления воды). Почему цвета находящихся в воздухе предметов при рассмотрении их из воды не изменяются?

13. Как возникает радуга?

14. Почему небо голубое, а заходящее солнце красное? Почему красный свет, а не иной другой принят в качестве предупреждающего об опасности?

15. Какими свойствами обладают инфракрасные и ультрафиолетовые лучи и где они применяются на практике?

16. Как получают и где используют рентгеновские лучи?

17. Как классифицируют электромагнитные волны? Какими способами получают (генерируют) различные электромагнитные волны?

18. В чем состоит сущность явления фотоэффекта и каковы его основные законы (закон Столетова, формула Эйнштейна)?

19. Каковы современные представления о природе света?

20. Перечислите и охарактеризуйте основные действия света.

Задача 143

Два когерентных источника монохроматического света ($\lambda_1 = \lambda_2 = \lambda$) S_1 и S_2 расположены на расстоянии l друг от друга. Экран, на котором наблюдают интерференционные полосы, установлен так, что линия, соединяющая источники, параллельна его плоскости. Найти расстояние между соседними интерференционными полосами, расположенными вблизи центра интерференционной картины, если экран удален от источников на расстояние L, причем $L \gg l$.

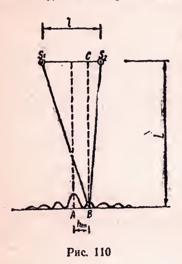


Рис. 110

Условие: λ;
L;
l;
$L \gg l$.

Δh — ?

Решение. Интерференционные светлые полосы на экране будут возникать при разности хода

$$r_2 - r_1 = 2m\frac{\lambda}{2}.$$

Пусть интерференционный максимум m-го порядка расположен в точке B экрана на расстоянии h_m от центра картины (рис. 110).

Разность хода лучей S_1B и S_2B определим, применив теорему Пифагора к треугольникам S_1CB и S_2CB:

$$r_2^2 = (S_1B)^2 = (CB)^2 + (CS_1)^2 = L^2 + \left(AB + \frac{l}{2}\right)^2 = L^2 + \left(h_m + \frac{l}{2}\right)^2;$$

$$r_1^2 = (S_2B)^2 = (CB)^2 + (CS_2)^2 = L^2 + \left(AB - \frac{l}{2}\right)^2 = L^2 + \left(\frac{l}{2} - h_m\right)^2,$$

откуда

$$r_2^2 - r_1^2 = 2h_m l.$$

С другой стороны, с учетом того, что m невелико и $L \gg l$,

$$r_2^2 - r_1^2 = (r_2 + r_1)(r_2 - r_1) \approx 2L(r_2 - r_1).$$

Тогда

$$r_2 - r_1 \approx \frac{2h_m l}{2L} = 2m\frac{\lambda}{2},$$

откуда

$$h_m = \frac{m\lambda L}{l}.$$

Расстояние между соседними полосами

$$h = h_m - h_{m-1} = \frac{\lambda L}{l}.$$

Задача 144

Плоско-выпуклая линза выпуклой поверхностью положена на плоскую поверхность и освещена нормально падающим на плоскую поверхность линзы желтым светом паров натрия. Диаметр четвертого темного кольца Ньютона в отраженном свете оказался равным 2,4 мм. Определить радиус кривизны выпуклой поверхности линзы (рис. 111).

Условие:
$r_m = 2{,}4$ мм $= 2{,}4 \cdot 10^{-3}$ м;
$m = 4$;
$\lambda = 589$ нм $= 0{,}589 \cdot 10^{-6}$ м.

R — ?

Решение. По формуле для темных колец Ньютона

$$r_m^2 = mR\lambda$$

найдем

$$R = \frac{r_m^2}{m\lambda} \approx 2{,}4 \text{ м}.$$

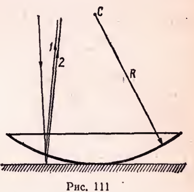


Рис. 111

Задача 145

На дифракционную решетку, имеющую 500 линий на 1 см, нормально падает монохроматическая световая волна. На экране, установленном параллельно плоскости решетки на расстоянии 0,5 м от нее, второй дифракционный максимум удален от центрального на 3,35 см. Определите длину световой волны.

Условие: $n = 500$ линий/см $= 5 \cdot 10^4$ линий/м;
$k = 2$;
$L = 0{,}5$ м;
$l = 3{,}35$ см $= 3{,}35 \cdot 10^{-2}$ м.

λ — ?

Рис. 112

Решение. По формуле дифракционной решетки

$$d \sin \varphi = k\lambda.$$

Из рис. 112, с учетом неравенства $l \ll L$, видно, что

$$\sin \varphi \approx \frac{l}{L}.$$

Тогда, учитывая, что

$$d = \frac{1}{n},$$

имеем

$$\lambda = \frac{l}{knL} = 0{,}67 \cdot 10^{-6} \text{ м} = 670 \text{ нм}.$$

Задача 146

Луч белого света нормально падает на одну из граней находящейся в воздухе трехгранной призмы с преломляющим углом 30°. Определить угол между крайними лучами спектра по выходе из призмы, если показатели преломления стекла призмы для крайних лучей соответственно равны 1,62 и 1,67.

Условие: $n_к = 1{,}62$;
$n_ф = 1{,}67$;
$\varphi = 30°$;
$\alpha = 0°$.

ϑ — ?

Рис. 113

Решение. Так как свет на призму падает нормально, а преломляющий угол призмы равен φ, спектр получается в результате преломления света только на второй преломляющей грани рассматриваемой призмы, причем угол падения на эту

грань (рис. 113) $\delta=30°$. Тогда по закону преломления

$$\frac{\sin\delta}{\sin\gamma_к}=\frac{1}{n_к};$$

$$\frac{\sin\delta}{\sin\gamma_ф}=\frac{1}{n_ф},$$

откуда

$$\vartheta=\arcsin(n_ф\sin\varphi)-\arcsin(n_к\sin\varphi)\approx 2{,}5°.$$

Задача 147

Работа выхода электронов из калия равна 2,25 эВ. С какой скоростью вылетают электроны из калия, если его осветили монохроматическим светом с длиной волны 365 нм?

Условие: $A=2{,}25$ эВ $=2{,}25\cdot1{,}6\cdot10^{-19}$ Дж;
$\lambda=365$ нм $=0{,}365\cdot10^{-6}$ м;
$m=9{,}1\cdot10^{-31}$ кг;
$h=6{,}62\cdot10^{-34}$ Дж·с;
$c=3\cdot10^{8}$ м/с.

v — ?

Решение. По формуле Эйнштейна, описывающей фотоэффект,

$$h\nu=A+\frac{mv^2}{2},$$

и учитывая, что

$$\nu=\frac{c}{\lambda},$$

получаем

$$v=\sqrt{\frac{2\left(h\frac{c}{\lambda}-A\right)}{m}}\approx 6{,}4\cdot10^{5}\ м/с.$$

Глава XVI
АТОМНАЯ ФИЗИКА

Программа

Явления, подтверждающие сложное строение атома. Опыт Резерфорда по рассеянию α-частиц. Строение атома — электронная оболочка и ядро. Постулаты Бора. Излучение и поглощение энергии атомами.

Экспериментальные методы регистрации заряженных частиц: камера Вильсона, счетчик Гейгера, фотоэмульсионный метод.

Составные части ядра атома — протоны и нейтроны. Энергия связи атомных ядер. Цепная реакция. Выделение энергии при делении тяжелых ядер.

ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ И ЗАКОНЫ

§ 48. ЯДЕРНАЯ МОДЕЛЬ АТОМА. СПЕКТРЫ

Атом — мельчайшая частица химического элемента, предел его делимости, при котором еще сохраняются индивидуальные свойства химического элемента.

Молекула — мельчайшая частица вещества, предел его делимости, при котором еще сохраняются индивидуальные свойства химического вещества. Она обычно состоит из небольшого числа атомов.

Размеры и массы атомов и молекул чрезвычайно малы, поэтому в моле любого вещества, имеющего сравнительно небольшую массу и объем, содержится громадное число этих частиц (число Авогадро $N=6{,}023\cdot10^{23}$ моль$^{-1}$).

1. Изучение спектров атомов, рассеяния α-частиц, явление радиоактивности, фотоэффект и другие явления показывают, что атомы имеют сложное строение. Схематично атом можно представить имеющим строение, подобное строению солнечной системы. В центре атома, занимая ничтожную часть его объема, подобно Солнцу в солнечной системе, расположено ядро. Вокруг ядра, подобно планетам, на стационарных орбитах вращаются электроны. Масса атома сосредоточена в основном в ядре. Ядро имеет положительный заряд, численно равный суммарному заряду всех электронов атома. Если выражать его в электронных единицах заряда, то заряд ядра равен порядковому номеру элемента в таблице Менделеева (зарядовое число). Так как атом электронейтрален, число электронов в атоме равно зарядовому числу.

2. Электрон, находящийся в атоме на стационарной орбите, обладает определенной энергией. При переходе электрона с одной орбиты на другую происходит изменение его энергии, которая может выделяться или поглощаться атомом в виде электромагнитной волны, частота которой

$$\nu_{ik}=\frac{E_i-E_k}{h},$$

где E_i и E_k — энергии электрона на орбитах, между которыми произошел переход электрона; h — постоянная Планка.

Приведенная формула может быть представлена в виде, удобном для определения длин волн:

$$\lambda_{ik}=\frac{hc}{E_i-E_k}.$$

§ 49. РАДИОАКТИВНОСТЬ. СТРОЕНИЕ ЯДРА

1. Радиоактивность — это свойство веществ испускать лучи (частицы), обладающие большой проникающей и ионизирующей способностью.

Установлено, что радиоактивность обусловлена изменением строения ядер, их распадом.

Радиоактивными могут быть как имеющиеся в природе некоторые атомы (естественная радиоактивность), так и атомы, полученные в результате воздействия на вещества ускоренных элементарных частиц (искусственная радиоактивность). Радиоактивный распад ядер определяется их внутренними свойствами и не зависит от внешних условий. Радиоактивные ядра не очень сложно регистрировать. На этих особенностях радиоактивного распада основано широкое применение их в самых различных технических устройствах и в научных целях.

Радиоактивный распад ядер обычно сопровождается испусканием α-, β- и γ-лучей. α- и β-лучи — это потоки быстро движущихся ядер гелия и электронов соответственно, а γ-лучи — это жесткие электромагнитные волны. При α-распаде зарядовое число распадающегося ядра уменьшается на 2, при β-распаде зарядовое число ядра увеличивается на единицу.

2. В настоящее время доказано, что ядра всех химических элементов состоят из нейтронов и протонов, которые удерживаются в ядре внутриядерными силами.

Число протонов в ядре равно его зарядовому числу. Число нейтронов в ядрах разных атомов одного и того же химического элемента может быть различным. Атомы с такими ядрами называют изотопами. Сумма числа протонов Z и числа нейтронов N в ядре равна его массовому числу M.

Массовым числом изотопа называют целое число, ближайшее к атомной массе элемента (масса изотопа выражается в атомных — кислородных или углеродных — единицах массы).

Для большинства легких ядер число нейтронов в ядре мало отличается от числа протонов.

Для обозначения ядер различных изотопов условились использовать символы соответствующих химических элементов с указанием при символах индексами слева зарядового числа (число протонов, номер в таблице Менделеева) и справа массового числа (сумма числа нейтронов и протонов). Например, $_6C^{12}$ — ядро изотопа углерода, имеющее 6 протонов и 12—6=6 нейтронов.

§ 50. ЭЛЕМЕНТАРНЫЕ ЧАСТИЦЫ. МЕТОДЫ УСКОРЕНИЯ И РЕГИСТРАЦИИ

1. Электроны, нейтроны, протоны и другие «простые частицы» называют элементарными частицами. В настоящее время известно более 200 элементарных частиц. Ранее их считали элементарными кирпичиками мироздания, из которых построена вся Вселенная и которые являются неизменяемыми. В последние годы выявлено, что элементарные частицы могут распадаться на другие элементарные частицы и взаимопревращаться. Сейчас

ведется интенсивный поиск «более элементарных» частиц, из которых состоят известные ныне «элементарные» частицы.

Основными характеристиками элементарных частиц являются их энергия (обычно выражают в электрон-вольтах), масса (часто выражают также в электрон-вольтах), заряд (выражают в электронных единицах заряда) и т. д.

2. При регистрации элементарных частиц широко используют камеру Вильсона, счетчики самых разнообразных типов, методы сцинцилляций, фотографические методы и т. д.

Для ускорения элементарных частиц применяются методы, основанные на воздействии электрического и магнитного полей на заряженные частицы (циклотрон, фазотрон, синхрофазотрон и т. д.).

§ 51. ЯДЕРНЫЕ РЕАКЦИИ. ЯДЕРНАЯ ЭНЕРГИЯ

При естественной радиоактивности из одних распадающихся ядер получаются другие. Значительно расширился диапазон ядерных превращений при использовании частиц высоких энергий, получаемых с помощью ускорителей элементарных частиц. Такие частицы при столкновении с ядрами атомов облучаемого вещества проникают в них. Это приводит к коренной перестройке ядра, сопровождающейся образованием новых ядер.

Впервые в больших масштабах ядерные превращения были осуществлены с ядрами урана. Этому способствовало то, что изотоп урана $_{92}U^{235}$ при облучении нейтронами распадается с выделением новых нейтронов, которые в свою очередь дают начало делению новых ядер урана. Таким образом, реакция деления ядер урана оказывается самоподдерживающейся или цепной. Помимо описанной, сейчас известен целый ряд других реакций деления.

Наряду с реакциями деления существуют реакции синтеза ядер, протекающие в недрах звезд. В земных условиях реакцию синтеза удалось осуществить пока только в виде взрыва. В основу этой реакции положена реакция синтеза ядер гелия из ядер тяжелого и сверхтяжелого изотопов водорода. Такая реакция протекает при очень высокой температуре и называется термоядерной.

2. Ядерные реакции деления и синтеза представляют большой практический интерес, так как при их протекании часто происходит выделение больших количеств энергии, которую можно рассчитать по формуле

$$\Delta E = \Delta m c^2,$$

где Δm — изменение общей массы участвующих в ядерной реакции ядер и элементарных частиц; c — скорость света в вакууме.

Изменение общей массы Δm характеризует энергию связи ядра. Если масса ядра больше суммы масс частей, на которые оно распадается, происходит выделение энергии. Энергия выде-

ляется также и в том случае, если сумма масс частей, из которых синтезируют ядро, больше массы синтезируемого ядра. В противном случае при ядерных реакциях происходит поглощение энергии.

Вопросы для самоконтроля

1. Что называют атомом, молекулой, ионом? Каковы их размеры и массы? В каких единицах измеряют массу, заряд и энергию в атомной физике?

2. Каковы современные представления о строении атомов? Изложите опытные данные, подтверждающие сложное строение атомов.

3. Изложите основные положения теории Бора о строении атомов. Приведите примеры строения атомов некоторых химических элементов. Каков механизм излучения и поглощения электромагнитных волн атомами?

4. Какими явлениями сопровождается радиоактивный распад ядер? Охарактеризуйте ионизирующие излучения, возникающие при радиоактивном распаде ядер. Приведите примеры радиоактивных ядер.

5. Какие атомы называют мечеными и где они применяются?

6. Каковы современные представления о строении ядер? Чем отличается строение ядер различных химических элементов? изотопов одного и того же химического элемента?

7. Назовите основные свойства наиболее известных элементарных частиц.

8. Каковы методы регистрации элементарных частиц? Каков принцип работы регистрирующих устройств (спинтарископ, счетчик Гейгера, камера Вильсона)?

9. С какой целью и какими способами получают элементарные частицы высоких энергий? Охарактеризуйте принцип работы современных ускорителей элементарных частиц.

10. Какие реакции называют ядерными? Приведите примеры.

11. Как происходит деление ядер урана? Какая реакция называется цепной? Каковы основные принципы устройства и работы реактора?

12. Каковы основные особенности термоядерной реакции?

13. Как рассчитать энергию связи ядра? Рассчитайте энергию связи ядра лития ${}_3Li^7$.

14. Каковы преимущества и недостатки ядерной (атомной) электростанции по сравнению с электростанциями других типов?

15. Приведите примеры взаимных превращений элементарных частиц.

ПРИМЕРЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ

Задача 148

Радиус n-й стационарной орбиты электрона в атоме водорода ${}_1H^1$ $r_n = 0{,}53 \cdot 10^{-10} n^2$ м. Определить линейную скорость электрона, находящегося на первой орбите. Орбиту электрона принять круговой.

Условие: $n = 1$;
$r_n = 0{,}53 \cdot 10^{-10} n^2$ м;
$e = 1{,}6 \cdot 10^{-19}$ Кл;
$m = 9{,}1 \cdot 10^{-31}$ кг;
$k = 9 \cdot 10^9$ Н·м²/Кл².

v_1 — ?

Решение. При вращении электрона вокруг ядра по стационарной орбите, принимаемой круговой, кулоновская сила притяжения электрона к ядру является центростремительной силой, удерживающей электрон на орбите:

$$f_к = k\frac{e^2}{r_n^2} = f_ц = \frac{mv_n^2}{r_n},$$

откуда

$$v_n = \pm\sqrt{k\frac{e^2}{r_n m}}.$$

Тогда

$$v_1 = \pm\sqrt{k\frac{e^2}{mr_1}} \approx \pm 2{,}2\cdot 10^6 \text{ м/с}.$$

Задача 149

Вследствие ряда последовательных α- и β-распадов уран-238 превращается в свинец-206 (семейство урана). Каково общее количество распадов при этом превращении?

Условие: $_{92}U^{238}$;
$_{82}Pb^{206}$.
n — ?

Решение. Распад радиоактивных ядер, сопровождающийся выделением α- или β-частиц, схематично можно представить в виде

$$_ZX^M \rightarrow {}_{Z-2}Y^{M-4} + {}_2He^4;$$

$$_ZX^M \rightarrow {}_{Z+1}Y^M + {}_{-1}e^0,$$

где X — ядро исходного элемента, имеющего зарядовое число Z и массовое число M; Y — ядро, полученное после распада.

При α-распаде зарядовое число уменьшается на два, а массовое число — на четыре. При β-распаде зарядовое число увеличивается на единицу, а массовое число не изменяется. Так как массовое число изменяется только при α-распаде, в семействе урана число α-распадов

$$n_\alpha = \frac{M_1 - M_2}{M_\alpha} = 8,$$

где M_1, M_2 и M_α — массовые числа ядер соответственно родоначального элемента семейства, его конечного элемента и α-частицы.

Изменение зарядового числа, обусловленное всеми α-распадами,

$$\Delta Z_\alpha = n_\alpha Z_\alpha,$$

где Z_α — зарядовое число α-частицы.

Изменение зарядового числа в семействе урана

$$\Delta Z = Z_1 - Z_2,$$

где Z_1 и Z_2 — зарядовые числа ядер соответственно родоначального и конечного элементов этого семейства.

Так как при α-распаде зарядовое число уменьшается, а при β-распаде — увеличивается, число β-распадов

$$n_\beta = \Delta Z_\alpha - \Delta Z = \frac{M_1 - M_2}{M_\alpha} Z_\alpha - (Z_1 - Z_2) = 6.$$

Тогда общее количество распадов

$$n = n_\alpha + n_\beta = 14.$$

Предлагаем читателю самостоятельно определить общее число α- и β-распадов в семействах актиния и тория. Семейство актиния начинается ураном-235 и заканчивается свинцом-207. Семейство тория начинается торием-232 и заканчивается свинцом-208.

Задача 150

Ядро урана-238, захватывая нейтрон, испытывает последовательно два β- и один α-распад. Записать ядерные реакции, соответствующие этим превращениям.

Решение. ${}_{92}U^{238} + {}_0n^1 \rightarrow {}_{92}U^{239}$;

$${}_{92}U^{239} \xrightarrow{23\ \text{мин}} {}_{93}Np^{239} + {}_{-1}e^0;$$

$${}_{93}Np^{239} \xrightarrow{2,3\ \text{дня}} {}_{94}Pu^{239} + {}_{-1}e^0;$$

$${}_{94}Pu^{239} \xrightarrow{2,4 \cdot 10^4\ \text{лет}} {}_{92}U^{235} + {}_2He^4.$$

Числа над стрелками указывают периоды полураспадов. Период полураспада — это время, в течение которого распадается половина исходного количества радиоактивного вещества.

Предлагаем читателю самостоятельно записать схемы последовательных радиоактивных превращений ядер семейства тория. Родоначальным элементом семейства тория является изотоп тория-232, а конечным — изотоп свинца-208. Последовательность радиоактивных превращений следующая: α-распад, два β-распада, четыре α-распада, β-распад. Заканчивается цепочка либо α-, либо β-распадом.

Задача 151

Определить энергию связи ядра ${}_{92}U^{235}$.

Условие: $m_a = 235{,}11750$ а. е. м.;
$m_n = 1{,}00897$ а. е. м.;
$m_H = 1{,}00813$ а. е. м.;
$c = 2{,}99776 \cdot 10^8$ м/с;
1 а. е. м. $= 1{,}6597 \cdot 10^{-27}$ кг;
1 эв $= 1{,}60207 \cdot 10^{-19}$ Дж;
$Z = 92$;
$M = 235$.

ΔE — ?

Решение. Энергия связи ядра ${}_{92}U^{235}$

$$\Delta E = c^2 \Delta m,$$

где c — скорость света в вакууме;

$$\Delta m = [Zm_H + (M - Z)\, m_n] - m_a = 1{,}91317 \text{ а. е. м.}$$

Следовательно,

$$\Delta E = c^2 [Zm_H + (M - Z)\, m_n - m_a] \approx 1781 \text{ МэВ}.$$

Величину ΔE можно вычислить иначе, если учесть, что изменению массы Δm на одну единицу атомной массы соответствует изменение энергии на 931,1 МэВ. Тогда

$$\Delta E = 931{,}1 \text{ МэВ/а. е. м.} \cdot 1{,}91317 \text{ а. е. м.} \approx 1781 \text{ МэВ}.$$

Задача 152

Ядерным горючим атомной электростанции мощностью 5000 кВт служит уран-235. Энергия, выделяющаяся при расщеплении одного ядра урана-235, равна 200 МэВ. Определить суточный расход ядерного горючего, если коэффициент полезного действия электростанции равен 20%.

Условие: $P = 5000$ кВт $= 5 \cdot 10^6$ Вт;
$t = 1$ сутки $= 86400$ с;
$\mu = 235 \cdot 10^{-3}$ кг/моль;
$\eta = 20\%$;
$E = 200$ МэВ $= 3{,}2 \cdot 10^{-11}$ Дж.

m — ?

Решение. Коэффициент полезного действия электростанции

$$\eta = \frac{Pt}{En},$$

где n — число ядер урана, расщепленных в течение одних суток.

Отношение этого числа n к числу Авогадро N равно отношению искомой массы m к массе одного киломоля μ:

$$\frac{n}{N} = \frac{m}{\mu}.$$

Тогда

$$m = \frac{\mu Pt}{\eta NE} \approx 26{,}4 \text{ г}.$$

КОНТРОЛЬНЫЕ РАБОТЫ

В настоящем разделе содержатся общие замечания по решению физических задач и задачи шести контрольных работ. По каждой из этих работ нужно решить определенный вариант задач, согласно выбранной специальности (см. предисловие).

ОБЩИЕ ЗАМЕЧАНИЯ ПО РЕШЕНИЮ ФИЗИЧЕСКИХ ЗАДАЧ

1. Задачи по курсу физики помогают закрепить и углубить знание основных законов природы, выработать навыки в применении этих законов для решения конкретных вопросов, имеющих практическое и познавательное значение.

В основу каждой задачи положен тот или иной частный случай проявления общих законов физики. Поэтому, прежде чем приступить к решению задач, рекомендуется тщательно повторить теорию соответствующего раздела курса.

2. Решение большинства задач по физике сводится к составлению алгебраических уравнений. Эти уравнения являются математическим выражением законов физики, лежащих в основе данного явления. Составление таких уравнений, полностью отражающих данный физический процесс, представляет основу решения почти всех задач по физике. Дальнейшее решение уже сводится к алгебраическим действиям.

3. Все задачи (и при числовом задании исходных данных) следует решать в общем виде. Такой метод решения позволяет проанализировать полученный результат и дает возможность выработать общие приемы решения задач по каждому разделу курса. Кроме того, при этом остаются явные следы законов, используемых в данной задаче, а сами выкладки позволяют в случае необходимости проверить любую часть решения и исключить возможные ошибки. В случае громоздких выражений допускается решение задач по частям в числовом виде.

ОГЛАВЛЕНИЕ

Геннадий Станиславович Кембровский
Сигизмунд Иванович Галко
Леонид Иосифович Ткачев

ФИЗИКА

Пособие для поступающих в вузы

Издание четаертое
переработанное

Редактор Л. Г. Лепило
Художественный редактор Л. Г. Медаедеаа
Технический редактор А. Я. Максимова
Корректоры З. М. Машкеанч,
В. А. Жданович

ИБ № 264

Сдано в набор 28.07.78. Подписано в пачать 08.12.78. Формат 60×90 1/16. Бумага типографская № 3. Гарнитура литературная. Печать аысокая. Усл. печ. л. 19. Уч.-изд. л. 18,88. Тираж 175 000 экз. Заказ 1095. Цена 70 к.

Издательство БГУ им. В. И. Ленина. Мяиск, Паркоаая магистраль, 11. Дом книги. Отпечатано с матриц ордена Трудового Красного Знамени типографии изд-аа ЦК КПБ. Минск, Ленинский проспект, 79, на полиграфическом комбинате им. Я. Коласа. Государственного комитета Совета Министров БССР по делам издательств, полиграфии и книжной торговли. Минск, Красная, 23. Зак. 1935.